TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS ALUNOS DO I. S. T.

N.º 295 - OUTUBRO - 1959

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão – Setúbal

Telef. 028824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 28201/2/3

Desde o
Distrito de **VIANA DO CASTELO**
ao de **LEIRIA** e nos Distritos
de **SETÚBAL** e **EVORA** as

FÁBRICAS
CIDADES
VILAS e
ALDEIAS portuguesas

são abastecidas de

ELECTRICIDADE

para

FORÇA MOTRIZ E TODOS OS USOS INDUSTRIAIS, LUZ, ETC., a TARIFAS MUITO VANTAJOSAS e com as **maiores facilidades,**

pela

UNIÃO ELECTRICA PORTUGUESA

e produzidas nas CENTRAIS:

Thérmica do FREIXO	22.000 CV
Hidráulica do LINDOSO...	100.000 CV
Thérmica da CACHOFARRA...	14.000 CV

Os Escritórios da UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA são:

NO PORTO Rua Duque de Loulé, 148
EM LISBOA Rua Rosa Araújo, 35

MARS-LUMOGRAPH

Lembre-se das cópias heliográficas!

Se a cópia demonstra impecável nitidez, depende do material de desenho utilizado no original.

Em todo o mundo os engenheiros e arquitectos apreciam no material moderno de desenho MARS-LUMOGRAPH ao lado das suas múltiplas vantagens, especialmente a sua propriedade heliográfica. Nós temos ao dispor o material de desenho MARS-LUMOGRAPH em 19 graduações como minas, lapiseiras e lápis de desenho. As lapiseiras de desenho MARS-LUMOGRAPH já famosas fornecem-se com afia-minas próprio situado no botão de pressão.

STAEDTLER

PAPELARIA FERNANDES
S. A. R. L.
Rua do Ouro, 145/149 **Largo do Rato, 13**
LISBOA

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXIV - N.º 295 Outubro de 1959

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

DIRECTOR
ALEXANDRE CERVEIRA

ADMINISTRADOR
JORGE GONÇALVES CALADO

REDACTORES
JOSÉ FERNANDO PINHARANDA
VÍTOR GRAVETO

★

NUMERO AVULSO 12$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	32$50	50$00	95$00
Ultramar Português e Espanha	—	55$00	100$00
Estrangeiro	—	60$00	110$00

★

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

★

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — METROPOLITANO DE LISBOA — Composição de duas carruagens na estação dos Restauradores.

Págs.

Nível universitário e espírito universitário
Pelo Eng.º Luís A. de Almeida Alves 1

Determinação do espectro de potência e da função de autocorrelação a partir de «séries no tempo»
Pelo Prof. Manuel José de Abreu Faro 5

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e consumo de energia na rede eléctrica nacional** . . . . . 28 e 68

A previsão dos resultados na hidroclassificação
Pelo Eng.º José Quintino Rogado 29

Solos expansivos
Pelo Eng.º Mário José Santareno de Sousa Cunha Pignatelli 35

A segurança nas minas de urânio portuguesas
Pelo Eng.º Claudino Martins Vicente 59

Biblioteca 69

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A

Pág.

A. Gestetner XLIX
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XXXVI
Anhydro XXXIII
António Pacheco Agostinho XXXIV
Atlantic — Fábrica Lusitana de Tintas e Vernizes, Limitada XXXIX
Azevedo & Pessi, Ltd. XXXII

C

Canelas & Figueiredo, Lda. XLVIII
Ceresite XLIX
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
«Cimentol 25» XL
Companhia de Cimentos Brancos . . XIII
Companhia Cimento «Tejo» XI
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XIV
Companhia Portuguesa dos Petróleos BP XXX
Companhia União Fabril XVIII
Construções Técnicas, Ltd.ª V
C. Santos, Ltd.ª . . . . . VI e XXXV

E

Edmond Dardel II
Electro-Arco, Ltd.ª XLIII
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XIX
Empresa Electro Cerâmica XIII
Empresa de Fundações Capblanch, Lda. XXII
Empresa Nacional de Aparelhagem Eléctrica XXVI
Empresa de Produtos Asfálticos . . . VII
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XII
Eng.º Augusto Cavaco XLIII
Estabelecimentos Herold XLII

F

Fábrica Portugal XLVI
Facto, Lda. XXVIII
Fanafel XXXIV
Filtrol, Lda. XXI

H

Harker Sumner & C.ª, Ltd. XLIII
Henriques & Castro, Ltd.ª X

I

IST XXXII

J

Pág.

Jayme da Costa, Lda XXVII

L

Leacock (Lisboa), Ltd.ª XV

M

MAN XXIV
Mannesmann Meer XI
Máquinas de Precisão, Ltd.ª XLVIII
Metalúrgica de Benfica, Ltd. XXIX
Monteiro Gomes, Ltd.ª . . . . VIII e XLV

P

Papelaria Fernandes . . . . XXV e 2.ª da capa
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

S

Sabal, Ltd. XLIV
S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XVII
Shell XXXVII
Siemens XXXI
SMEIA . . . . . IV, XLI e XLVII
Sociedade Comercial de Isolamentos de Cortiça, Lda. XXII
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Sociedade de Electricidade Brown Boveri . . . . . 4.ª da capa
Sociedade Fabril de Matérias Plásticas XX
Sociedade Industrial Metalúrgica . XLIX
Sociedade Michaelis de Vasconcellos XVI
Sociedade Portuguesa Cavan XL
Socotel V
Somec X
Sonap XXXVIII
Sondagens Ródio, Ltd.ª XLIV
Standard Eléctrica IX

T

T. A. S. XXI

U

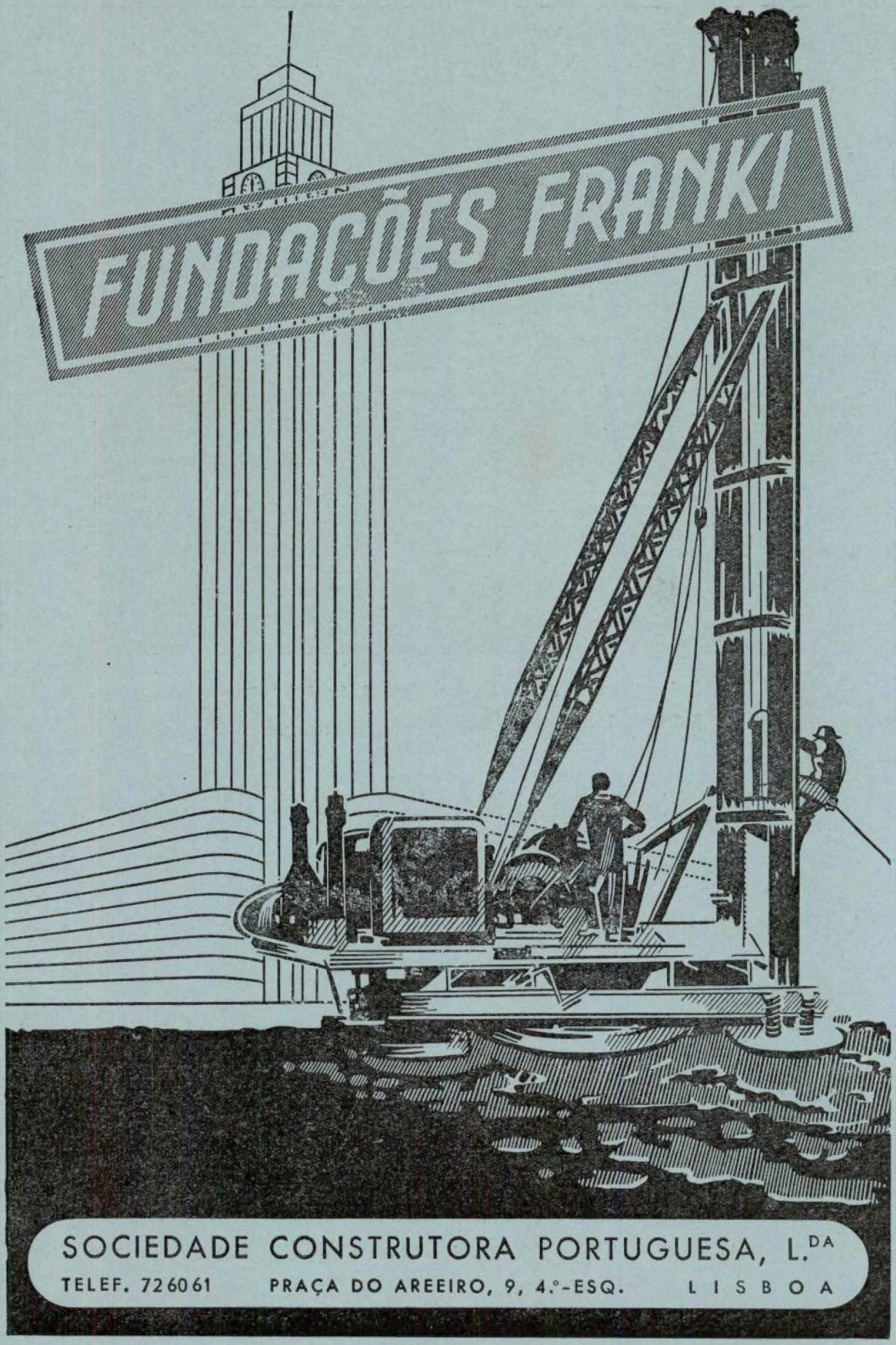
União Eléctrica Portuguesa . . . . . 2.ª da capa
Universal XLIV

V

Vitrofib XXII

W

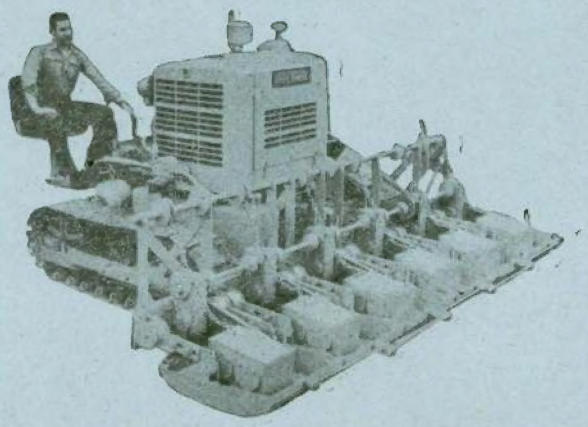
Wild Portugal, Lda. XXIII


FUNDAÇÕES FRANKI
SOCIEDADE CONSTRUTORA PORTUGUESA, L.DA
TELEF. 726061
PRAÇA DO AREEIRO, 9, 4.º-ESQ.
LISBOA

CONSTRUCTION MACHINERY COMPANY

Betoneiras C. M. C. montadas sobre camions, para construção de estradas, aeroportos, etc.

THE INTERNATIONAL VIBRATION CO.



VIBRO-TAMPER

Compactador de sapatas vibratórias. Máxima compactação num mínimo de tempo

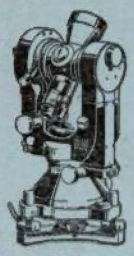
Agente exclusivo:

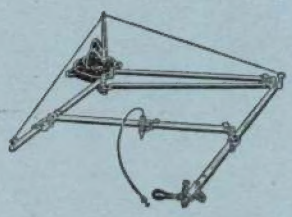
Edmond Dardel

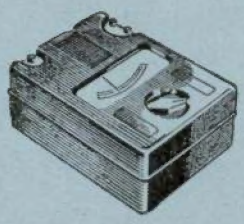
Rua Rodrigues Sampaio, 19-4.º B — LISBOA

Telefone 42289

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA







GRANDE SORTIDO
DE INSTRUMENTOS DE
PRECISÃO, CIENTÍFICOS
E INDUSTRIAIS

PARA

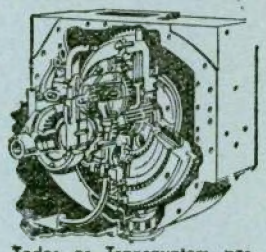
ENGENHEIROS
ARQUITECTOS
CONSTRUTORES
TOPÓGRAFOS
DESENHADORES
LABORATÓRIOS
ESCOLAS
OFICINAS

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75
LISBOA
TELEF.: 24314 • TELEG.: TECNA

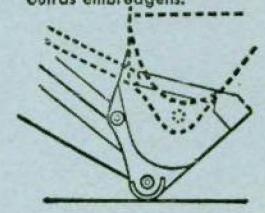
Escolha o TRAXCAVATOR que faça o seu serviço de escavação e carregamento

Três tamanhos, de 0,76 m³ a 1,72 m³.

QUAL é o equipamento de escavação e carregamento que melhor se ajusta ao tipo de seu trabalho? V. tem à sua escolha três tamanhos de Traxcavator Diesel Caterpillar, de 0,76 m³ a 1,72 m³! Os Traxcavators foram projetados e são fabricados para fazer o serviço de carregamento — não são tratores equipados com acessório para fazer o carregamento. Compare as caraterísticas do Traxcavator, e procure-nos. Temos a maior satisfação em ajudá-lo a escolher o Traxcavator que melhor se adapta ao seu trabalho.



Todos os Traxcavators possuem **embreagem a óleo** que chegam a durar até 5 vêzes mais tempo do que as outras embreagens.



Caçamba de retôrno de 40° possue ação de alavanca — garante cargas coroadas.

Filtros de fluxo inte[illegible] al, de fácil substituição, rem[illegible] em do óleo todos os elem[illegible]tos abrasivos.

Especificações

	Traxcavators		
Modêlo Nº	933	955	977
Potência (no volante)	50	70	100
Capacidade, em m³	0,765	1,15	1,72

CATERPILLAR

Caterpillar e Cat são Marcas Registradas de Caterpillar Tractor Co., dos E.U.A.

Sociedade de Mecanização Industrial e Agrícola

S. A. R. L.

Av. P. Manuel da Nóbrega, 8 B LISBOA Tel. 724053-4-5

SMEIA

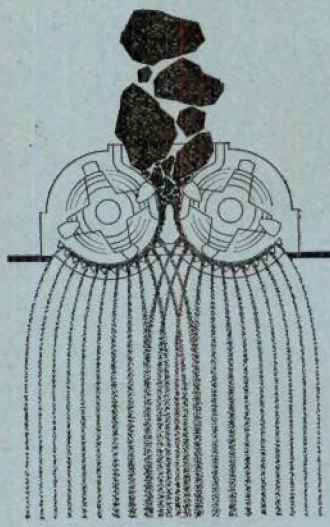
DE ROLL

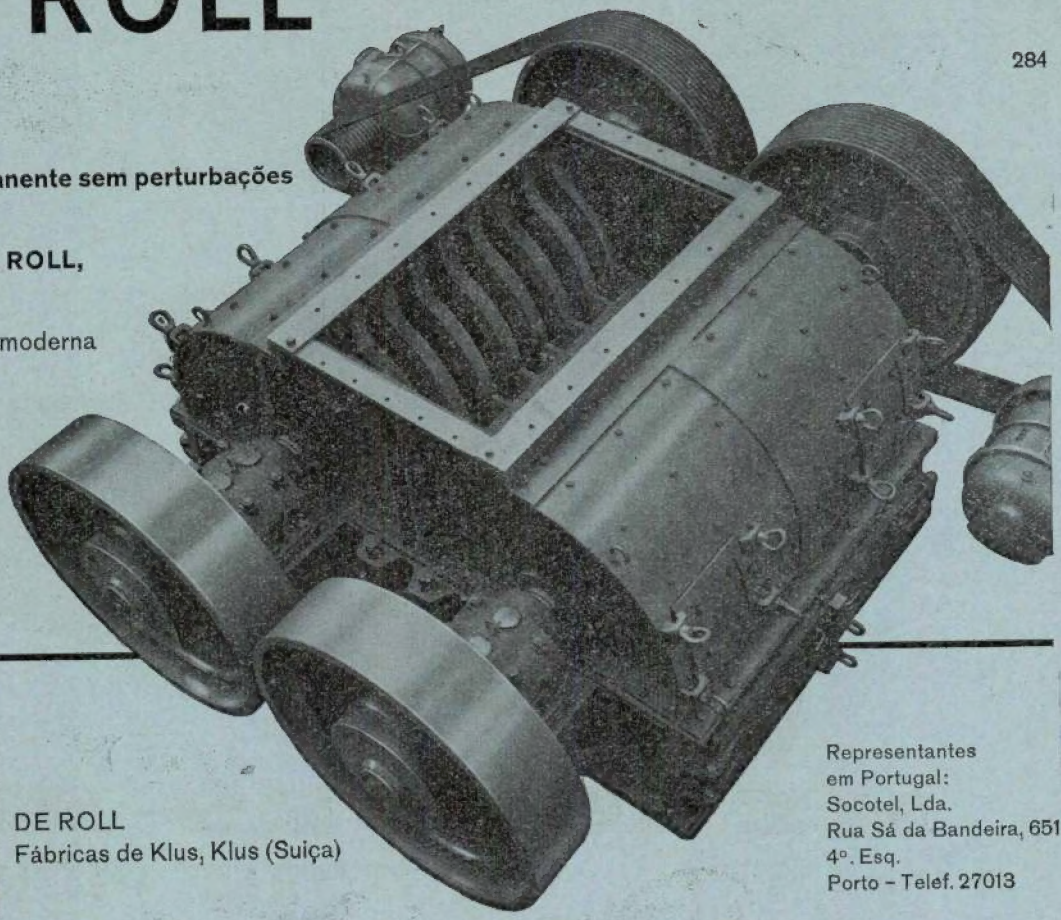
Britadeiras

Para um
serviço permanente sem perturbações
são ideais as

britadeiras de martelos DE ROLL,
com duplo rotor,

de construção moderna
e sólida





DE ROLL
Fábricas de Klus, Klus (Suiça)

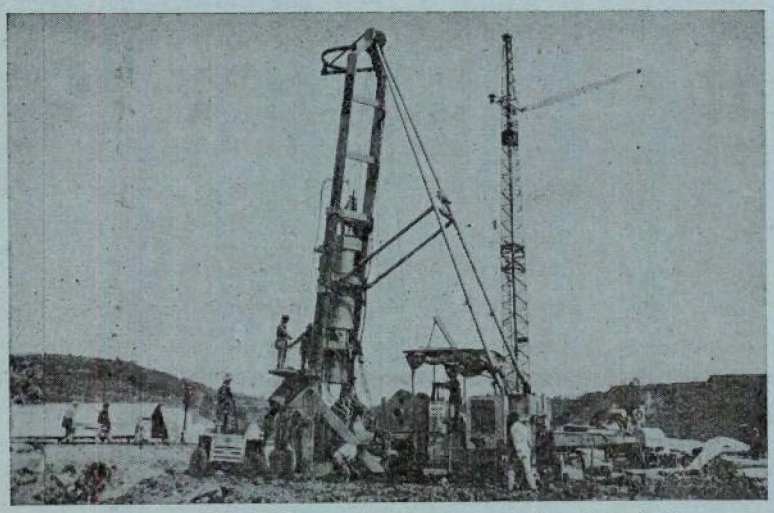
Representantes
em Portugal:
Socotel, Lda.
Rua Sá da Bandeira, 651
4º. Esq.
Porto - Telef. 27013

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, L.DA

PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13, 3.º

LISBOA

Telefs. 2 2344 / 2 7809



Máquina "BENOTO" executando estacas de 1 m de diâmetro e 60 m de comprimento, nas fundações do viaduto de Sacavém, na auto-estrada do Vale do Tejo

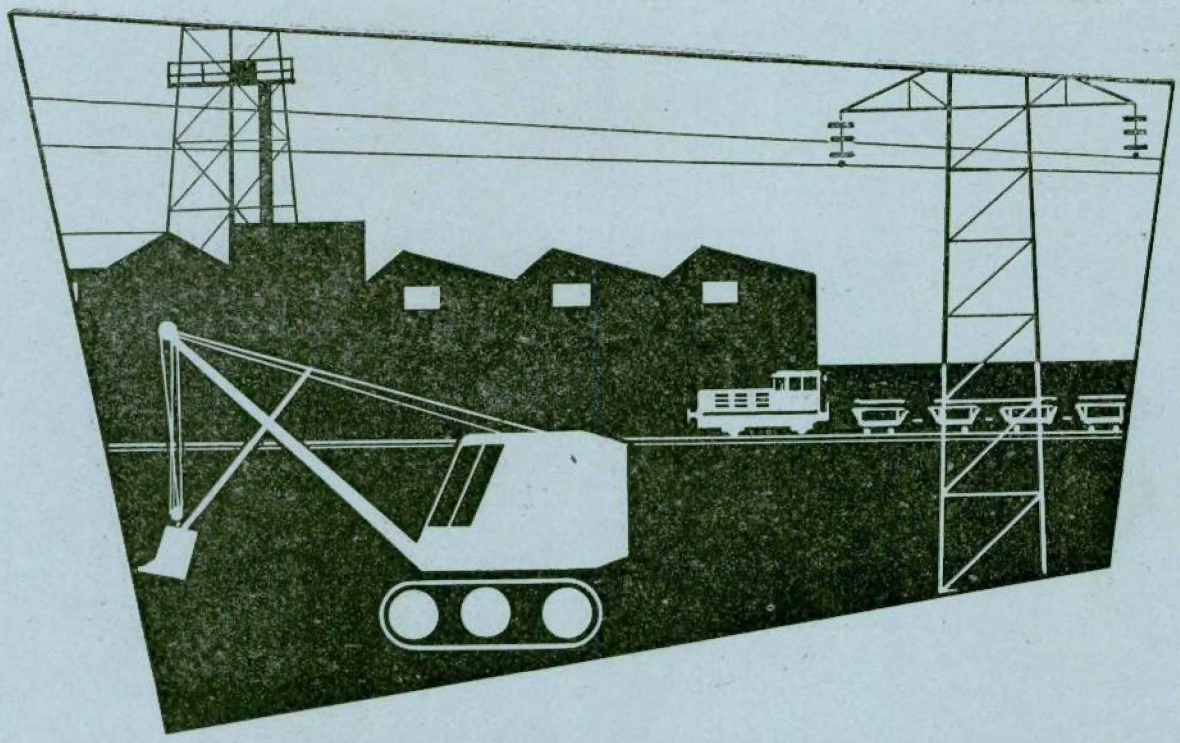
Fundações

Construções Civis
e Industriais

Betão Armado e Betão
Pré-esforçado

Obras Públicas

Concessionária do sistema de moldes deslizantes «PROMETO» e do sistema para execução de estacas de grande diâmetro «BENOTO»



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA.

MOTORES A 4 TEMPOS - ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

Celulite

ISOLAMENTO
TÉRMICO DAS
CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS
*
TECTOS
*
PAREDES
*
CÂMARAS
FRIGORÍFICAS
*
ISOLAMENTOS
INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. + RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° + TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços,
paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE
TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

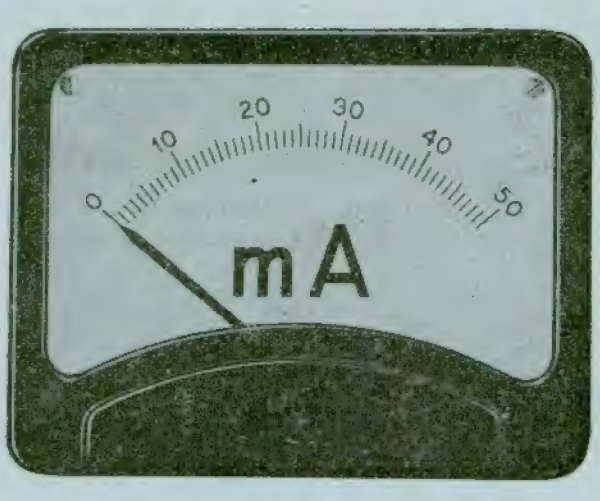
EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° - LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

Instrumentos tipo miniatura

Voltimetro de quadro móvel, quadrado, de 2"

Microamperimetro de quadro móvel, redondo, de 2 ½"



Miliamperimetro de quadro móvel, rectangular, de 3"×4"

Instrumentos indicadores para todos os fins e aplicações, contadores, relés de protecção e auxiliares, construídos e ensaiados segundo métodos modernos e satisfazendo as normas mais rigorosas

'ENGLISH ELECTRIC'

THE ENGLISH ELECTRIC COMPANY LIMITED, QUEENS HOUSE, KINGSWAY, LONDON, W. C. 2

AGENTES PARA PORTUGAL E ANGOLA:

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

CEMPEXO

tinta hidrófuga e petrificante à base de cimento

A tinta que dura

Pintura ideal para paredes de prédios e outras estruturas.

Cores atraentes, fixas e duradouras.

Usa-se sôbre rebocos, tijolos, betão, fibrocemento, pedra natural, etc.

DANSK CEMENT CENTRAL

DISTRIBUIDORES EM PORTUGAL

HENRIQUES & CASTRO, Lda.

AVENIDA CONDE DE VALBOM, 96 LISBOA

TELEF. 77 50 57 - 77 50 58

SOMEC

Sociedade Metropolitana e Colonial de Construções, L.da

R. Andrade Corvo, 29, 1.º — Lisboa Telefone 59169/70

Sondagens

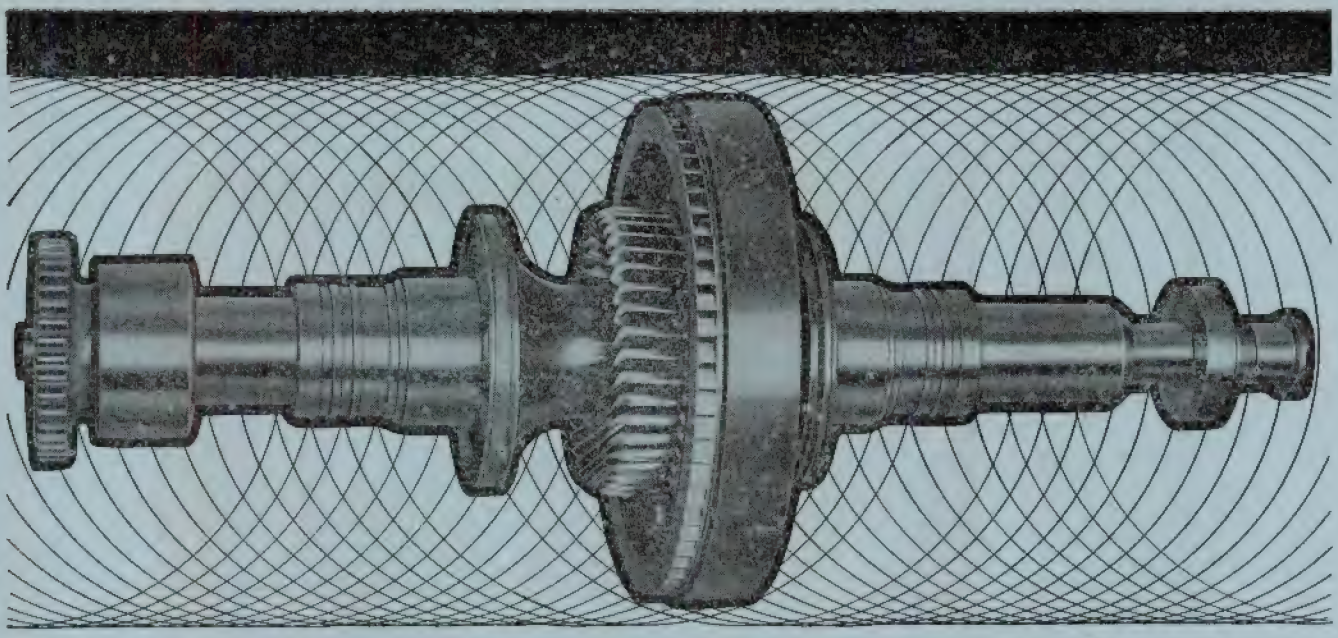
Fundações

Betão armado

Trabalhos marítimos

Túneis

no Continente e Ultramar



Segurança de serviço e elevada economia - em particular sob cargas parciais até ao limite inferior de 300 HP - reunem-se nas nossas turbinas de contrapressão Mannesmann-Meer, sistema Köhler. Fornecemos estas turbinas para vapor vivo até 120 ata e 520° C, para potências de 200 kW em diante. Os nossos grupos turbogeradores são do tipo com arranque rápido

979/2p

MANNESMANN-MEER

Mönchengladbach · Karmannsstraße 29 · Alemanha
Tel. 25701 · Telex 0852852

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

Fábrica com quatro linhas de fabrico

sendo uma delas das mais modernas da Europa

Para obras hidráulicas e de responsabilidade preferir o

CIMENTO TEJO

Companhia «Cimento Tejo»

Rua da Vitória, 88-2.º — Telef. 28953 — LISBOA

VÁLVULAS

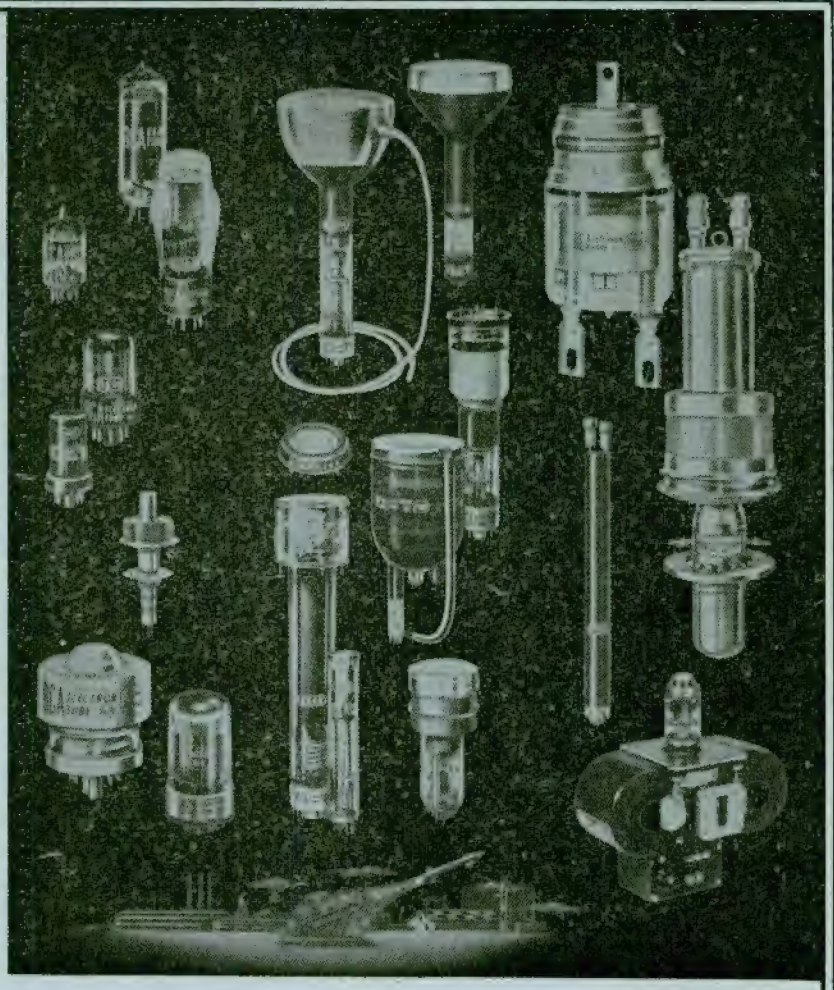
RCA

para

Calculadores Electrónicos
Reguladores de Tensão
Baixa Potência
Alta Potência
Super Potência
Câmaras de TV
UHF, "Pencil Type"
Indústria, "Special Red"
Rectificadores

•

Cinescópios
Radechons
Graphechons
Fotocélulas
Fotocélulas multiplicadoras
Células fotocondutivas
Tubos de Ráios catódicos
Tiratrões
Magnetrões
Válvulas "Travelling Waves"
De memória electrónica



TRANSISTORES

RCA

...para comércio, indústria e fins militares

A. F. (baixa potência)
A. F. (alta potência)
R. F.
Calculadores
RECTIFICADORES DE SILICIO

RCA
AGENCIA GERAL

CONSULTE O REPRESENTANTE EXCLUSIVO:

TELECTRA

EMPRESA TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS, S. A. R. L.

CAPITAL ESC. 8.000.000$00

Sede: Rua Rodrigo da Fonseca, 103 — LISBOA — Apartado 2531
Tel.: PPC (3 linhas) 686072 e Est. 396 - End. Tel. «Telectra» Lisboa-Porto
Filial no Porto: Rua dos Clérigos, 64 - 2.° — Telefone 2 48 19

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 2 0464 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA — S. A. R. L.

Candal — Gaia

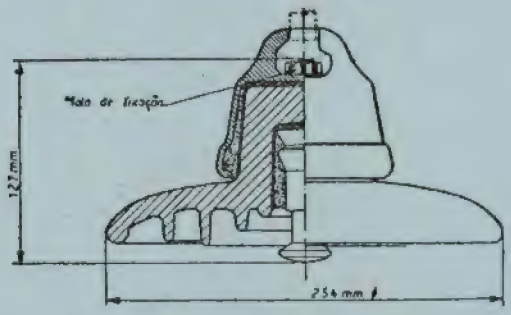
ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

Peso aproximado:
4,3 kg cada elemento



Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Sede — Largo Barão de Quintela, 3 — LISBOA

COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

PRODUTORA DE

FERRO GUSA

FERRO LIGAS

FERRO-MANGANÊS

SÍLICO-MANGANÊS

FERRO-SILÍCIOS

15 % - 25 % - 45 % - 75 % - 90 %

CARBONETO DE CÁLCIO

CIANAMIDA CÁLCICA

PASTA PARA ELÉCTRODOS

E EM MONTAGEM

GRAFITE

FÁBRICAS
CANAS DE SENHORIM
Telefone 67222

SEDE
Largo de S. Carlos, 4-2.º — LISBOA
Telefones 25343-29608-368989

LEACOCK (LISBOA), L.DA

AV. 24 DE JULHO, 16 — LISBOA

R. JOSÉ FALCÃO, 185 — PORTO

SECÇÃO DE MÁQUINAS E ELECTRICIDADE

REPRESENTANTES DE:

THE RAWLPLUG COMPANY, LTD.

Material de fixação para construção civil e mecânica.

HOOVER, LTD.

Motores eléctricos desde 1/8 até 3/4 H. P., Monofásicos e Trifásicos.

J. A. CRABTREE & CO. LTD.

Material para instalações de luz: interruptores, fichas, tomadas, etc.

Material para instalações de força: arrancadores, disjuntores, caixas, etc.

THE AUTOMATIC COIL WINDER AND ELECTRICAL EQUIPMENT CO, LTD.

Osciladores, capacímetros, texts universais, texts electrónicos, analisadores de válvulas, luxímetros, expositores para fotografias.

Máquinas para bobinar e enfitar.

GEORGE KENT

Contadores de água, de vapor e de óleo.

Tubos Venturi

Determinadores e controladores do pH, do CO_2 e pirómetros pelo processo potenciométrico.

Combustiómetros, manómetros, registadores de distâncias, medidores-registadores de caudais, medidores de orifícios em condutas para gases.

THORN ELECTRICAL INDUSTRIES, LTD.

Luz fluorescente.

Rotor dum alternador de 40.000 kVA
para a Central de Kraftwerk
Handeck II (Suiça)

Ateliers de Construction Oerlikon
ZURICH 50 (Suiça)

Representante para Portugal
e Ultramar:

**Sociedade Michaëlis
de Vasconcellos, L.da**
PORTO
Praça da Liberdade, 114
(Edifício de "A Nacional")
LISBOA
Av. Marquês de Tomar, 94

TÉCNICA

DIRECTOR: ALEXANDRE CERVEIRA
ADMINISTRADOR: JORGE GONÇALVES CALADO

Ano XXXIV - N.º 295 Outubro de 1959

C. D. U. 378.147 : 368.962

NÍVEL UNIVERSITÁRIO E ESPÍRITO UNIVERSITÁRIO

PELO ENG.º QUÍMICO-INDUSTRIAL LUÍS A. DE ALMEIDA ALVES
Director do I. S. T.

O aparecimento de problemas que não possam ser traduzidos por um modelo matemático adequado é normalmente muito complexo por não ser possível ter uma curva contínua de referência para aferir os conceitos e corrigir as conclusões. Essa curva contínua tem de ser portanto, substituída por um certo número de pontos isolados, correspondentes às ideias universalmente aceites e que servirão de apoio à estruturação dos raciocínios e à sua comprovação.

Quando se analisa o tema que constitui o título deste artigo, aparece como ponto indiscutível a afirmação de o universitário se destinar a vir fazer parte da élite intelectual de um país, e como tal *a sua preparação ter de ser orientada nesse sentido.* No entanto, esta afirmação em pouco contribui para a resolução do problema, visto que se limita apenas a transferir a dificuldade, fazendo-a recair agora sobre o conceito de «élite intelectual de um país».

Para tentar remover esta dificuldade, podemos considerar a «élite intelectual» como *um conjunto* (o que é verdade) e raciocinar na base da Teoria dos Conjuntos, isto é, estabelecer um critério de distinção entre os elementos que pertencem ao conjunto e aqueles que não pertencem.

Numa primeira aproximação, podem classificar-se as actividades humanas em duas grandes categorias:

1) As que repetem rigorosamente rotinas ou regras estabelecidas
2) As que envolvem um factor de elaboração.

Esta subdivisão dá-nos um ponto de partida para a estruturação do conjunto em estudo, porque nos permite, desde já, afirmar que as actividades da 1.ª categoria não pertencem a esse conjunto. Não nos permite porém afirmar mais nada, porque o facto de uma actividade envolver um factor de elaboração, não lhe dá o carácter de actividade de élite; na realidade, a classificação feita é meramente ideal por não haver qualquer actividade humana que *não tenha um factor de elaboração, por menor que seja.*

Esta conclusão vai restringir o alcance da classificação feita mas em contrapartida, fornece-nos mais um elo na sequência dos raciocínios, o qual se pode sintetizar nos seguintes termos:

O factor de elaboração constitui o dado fundamental na classificação dos elementos do conjunto.

E sobre esta afirmação poder-se-ia basear a seguinte conclusão simplista:

Um dado elemento só pertencerá ao conjunto se o factor de elaboração que lhe corresponde exigir uma preparação universitária ou equivalente (1).

(1) Na realidade os elementos das élites não se formam obrigatòriamente por via universitária.

Deve notar-se que o termo *simplista* não contém em si nenhum atributo de *verdade* ou de *não verdade* e por isso a legitimidade da conclusão tem de ser objecto de uma análise adequada.

* * *

O «factor de elaboração» constitui a contribuição pessoal na formulação de conclusões em função de determinadas premissas de partida. E aqui pode estabelecer-se uma nova subdivisão classificando-se o factor de elaboração em duas categorias:

1) Aquele que se baseia num sistema de equações perfeitamente determinado
2) Aquele que tem de fazer intervir condições auxiliares de enquadramento, de recurso a novas hipóteses ou inclusivamente de análise da legitimidade das premissas postas.

Não há dúvida que não há qualquer razão para que os elementos relativos ao factor de elaboração da primeira categoria pertençam ao conjunto; o problema não fica no entanto, ainda totalmente resolvido, visto que não se pode afirmar «à priori» que a segunda corresponda inteiramente aos elementos do conjunto.

Na realidade, os termos «enquadramento», «novas hipóteses» e «legitimidade das premissas» pressupõem a existência de determinados domínios em que o seu significado se concretize e por isso, pode perguntar-se lògicamente se a classificação dos elementos do conjunto não será uma função do tipo desses domínios.

Admitamos que o era.

Aconteceria então que em relação a domínios de actividades diferentes, a *atitude crítica* tomada em face das premissas de partida, seria classificada de maneira diferente, de acordo com a natureza desses domínios de actividade. E essa conclusão é absurda, porque a formação do espírito crítico tem características universais em si, variando apenas os meios de acção a que tem de recorrer; estes é que são específicos dos domínios de actividade, por serem diferentes as formas de correlação lógica entre os dados e as conclusões.

Fica assim demonstrado que os elementos correspondentes à segunda categoria dos factores de elaboração pertencem todos ao conjunto; e como são só esses que pertencem, fica definida implìcitamente, a função das «élites intelectuais de um país». E para mantermos a sequência lógica da exposição, será nesse sentido que deve ser orientada a formação dos universitários, de modo a virem a ser, nos seus campos de actividade, pessoas com capacidade para «enquadrar», para «formular hipóteses novas» e para «alterar as premissas de partida».

Chegamos assim, por uma via exclusivamente lógica, a um conceito de *unidade* na formação universitária, e como essa unidade incide sobre o espírito que deve nortear o universitário na sua vida profissional futura, acaba por se identificar com o chamado *espírito universitário*, que está na base da formação das élites, a quem incumbe uma acção progressiva e renovadora.

Simplesmente este espírito universitário é uma condição necessária mas não é suficiente, porque a profissão ao nível universitário só pode ser exercida com os meios convenientes; e estes, dada a sua especificidade em relação aos domínios de actividade humana, passam a ser nìtidamente diferenciados em cada Escola.

Por outro lado, o seu ensino tem de ultrapassar um nível mínimo sem o que a sua acção é inoperante; e por isso, à diferenciação do ensino vem juntar-se o nível a que esse ensino tem de obedecer. Esse nível é por definição o *nível universitário*, o que constitui a condição complementar para que o espírito universitário seja susceptível de concretização.

O espírito universitário é portanto um fim que não consegue ser atingido a não ser por meio do nível universitário. E é em relação a este, que as Escolas têm de aferir os seus «standards» de ensino, de maneira a estarem aptas a satisfazer as necessidades nacionais, da maneira mais eficiente e mais imediata.

* * *

As considerações anteriores permitem-nos chegar a uma conclusão, até certo ponto paradoxal, que se pode sintetizar do seguinte modo:

À medida que aumenta a complexidade funcional da Sociedade moderna, maior tem de ser a unidade do ensino universitário no que se refere ao espírito, e maior a diferenciação em cada escola nos pormenores do seu nsino específico.

O paradoxo é apenas aparente porque a «unidade» se refere ao espírito e o «diversidade» aos meios e deste modo nada impede que a unidade de espírito seja um ponto de contacto comum de um certo número de orientações concretas, distribuídas radialmente a partir desse ponto comum.

Por outras palavras, a unidade do espírito universitário é um vértice de uma estrutura complexa, para a qual cada Escola representativa de um certo domínio de actividade, concorre tanto melhor, quanto mais eficientes forem os meios de actuação profissional ao nível universitário, que puser à disposição dos seus diplomados.

Acontece ainda que nos primeiros anos da vida profissional, a preparação universitária tem de ser aplicada a problemas circunscritos, mas em que há «enquadramentos» a fazer, «hipóteses novas» a pôr e «premissas de base» a criticar. Normalmente, esses problemas situam-se dentro dos limites estritamente técnicos, mas têm todas as características de problemas que só podem ser tratados integralmente na base de um espírito universitário.

À medida que o universitário vai evoluindo ao longo da hierarquia técnica, os «enquadramentos», as «hipóteses novas», e as «alterações de premissas», começam a sair do campo exclusivamente técnico e a estender-se a domínios de cultura fora do campo específico para o qual o universitário se preparou.

Mas sendo assim, o seu âmbito de estudo tem de ser ampliado, de maneira a lhe ser possível resolver os problemas de «fronteira», deixando para os mais novos a consideração exclusiva dos problemas técnicos, para os quais a Escola os preparou directamente.

Na resolução dos problemas de fronteira, surge um aspecto complementar do espírito universitário que é o de saber contactar com o «profissionalismo» em domínios de actividade diferentes, como condição «sine-qua-non» para não se cair num amadorismo de soluções.

Aparece então um novo facto, também aparentemente paradoxal, que consiste em se conseguir uma unidade de compreensão na resolução dos problemas de fronteira, tanto maior quanto maior for a consciência do profissionalismo específico de cada um dos campos de actividade que contactam.

Consideremos um exemplo concreto, imaginando um juiz que tem de proferir uma sentença, cujo sentido depende do resultado da análise química de um alcalóide ainda mal estudado, a qual foi confiada a um químico especialista em certo género de determinações. Quer o juiz quer o químico estão a exercer uma função de nível universitário e estão realizando um trabalho de conjunto; a eficiência desse trabalho não depende das noções que o juiz tiver sobre análises químicas, nem das ideias do químico sobre a legislação vigente sobre alcalóides; depende sim da confiança mútua que tiverem um no outro como profissionais. Normalmente o juiz porá o químico em face do enquadramento do problema, fornecer-lhe-á as hipóteses prováveis e o químico em troca, chamará a atenção para o grau de precisão dos resultados da análise e inclusivamente poderá fazer surgir novas premissas para esse enquadramento, suscitadas pela sequência do estudo que é obrigado a fazer.

A valorização profissional dos diplomados aparece assim como um dos factores fundamentais na consolidação do espírito universitário, no contacto entre mentalidades e formações diferentes e esta conclusão vai fazer incidir a atenção sobre o papel da Escola na formação do espírito universitário, problema que neste artigo ficará circunscrito como é lógico, ao caso das Escolas Superiores de Engenharia.

* * *

O objectivo da Engenharia consiste em elaborar de maneira económica os recursos naturais existentes, servindo-se para isso dos princípios da Física e da Química. E não há dúvida de que para

atingir esse objectivo, tem de lidar constantemente com problemas de «enquadramento», de «manuseamento de hipóteses novas» e de «correcção de premissas», o que demonstra que pode ser exercida com espírito universitário. E para satisfazer às condições atrás anunciadas tem de ser ensinada com nível universitário.

Ora, é facto incontroverso que o enorme progresso da Técnica dos últimos cem anos conduziu os fundamentos da Engenharia até aos capítulos mais complexos da Ciência e por isso, a preparação técnica que lhe serve de base tem de ser cada vez mais completa e mais profunda. Nessas condições, o ensino da Engenharia com nível universitário é no momento actual,um problema duma importância vital para as nações.

Por outro lado, a Engenharia tem uma intensa interpenetração com a maioria das actividades humanas e por isso é necessário que essas actividades tenham confiança nos seus métodos e na sua potencialidade.

O estudante de Engenharia tem de ter a consciência nítida de que a sua acção futura como profissional universitário, se vai reflectir num grande número de actividades humanas e, por isso, está sujeito ao julgamento permanente da Sociedade.

Em consequência, o seu espírito universitário tem de ser temperado em alguns anos de especialização profunda de carácter exclusivamente técnico, para se habituar aos métodos de manusear o seu nível de preparação numa função permanente de criação e de crítica. São esses métodos que lhe hão-de dar as características de precisão e de interpretação no contacto que vier a ter, no futuro, com indivíduos de preparação universitária diferente da sua. E nesse momento, o seu nível universitário é garantia de ser capaz de se adaptar aos problemas de fronteira estudando a mentalidade dos outros e tentando compreender a sua formação.

Mas a extensão do domínio de actividade até às fronteiras com que as funções profissionais obrigam a contactar, não pode ser preparada na Escola, porque além de prematura, dá ao futuro profissional da Engenharia a ideia errada de que é sobre o contacto inter-actividades que ele tem de basear a sua carreira. Na realidade não é. A carreira de Engenharia tem de começar, para ser eficaz, no contacto exclusivo com os problemas técnicos. Se assim não for, o diplomado não chega a ser imbuido do «espírito universitário» que tem de andar associado à aplicação do nível universitário da sua preparação e, desse modo, faltar-lhe-á qualquer coisa de específico na sua acção futura inter-actividades.

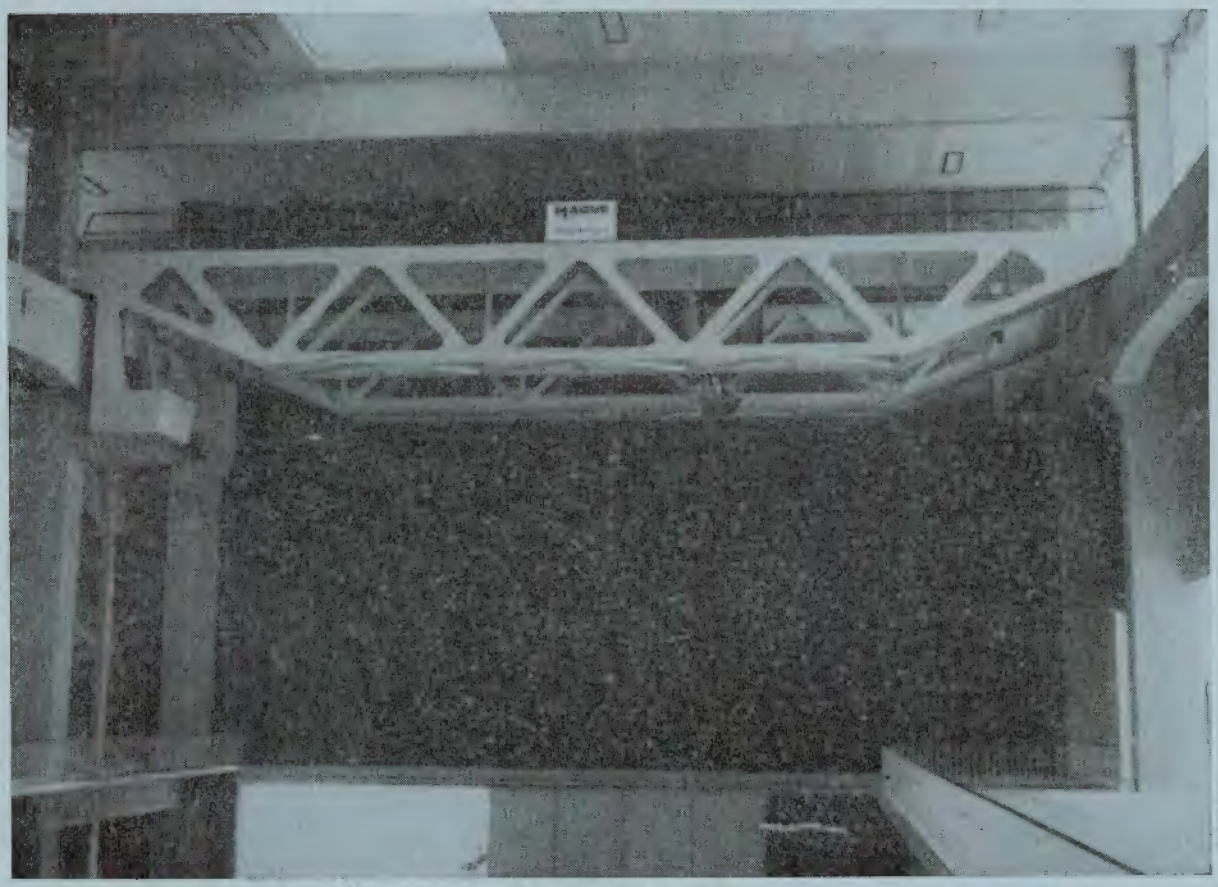
É claro que não há qualquer inconveniente em que um universitário de Engenharia leia versos, vá a concertos, visite exposições de arte, ou se interesse pelos problemas de montagens cinematográficas. Simplesmente estas funções não podem ser integradas no plano cultural de uma Escola de Engenharia, pela única razão de que elas em nada contribuem para o nível do ensino da Engenharia e é exclusivamente através deste que o futuro profissional consegue realizar-se, como indivíduo possuidor de espírito universitário.

Aliás, é um facto aceite que, por melhor que seja a preparação escolar, ela não dispensa um período subsequente de preparação post-escolar em plena vida profissional. E por isso, por maioria de razão, não se pode pretender que umas leves noções de cultura geral dada numa Escola de Engenharia, possam dar uma contribuição sensível para os problemas que surgem através da evolução da profissão.

O profissionalismo em todos os campos de actividade é a condição fundamental de sobrevivência das nações e por isso, é necessário que os universitários que vão constituir as élites de amanhã sintam a importância do problema, para que o progresso do País não possa vir a ser afectado por falta do capital intelectual que está na base da sua concretização.

MAGUE

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA
(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)
Alverca — Portugal



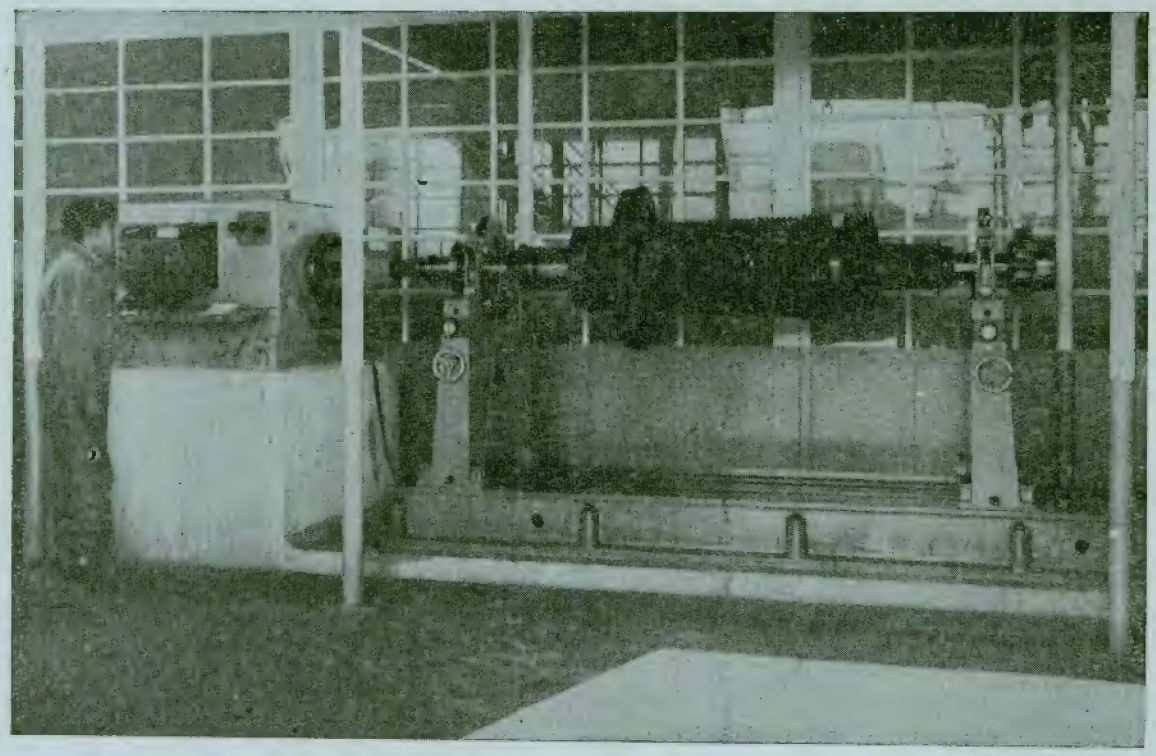
Ponte rolante eléctrica de 100 t–10 t/22 m, em funcionamento na Sala das Máquinas da Central Térmica da Tapada do Outeiro (E. T. P.)

•

PROJECTO E FABRICO DE
PONTES ROLANTES
GUINDÁSTES
GRUAS, DERRICKS E GUINCHOS
APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS
CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS

A COMPANHIA UNIÃO FABRIL

põe à disposição dos seus clientes no Estaleiro Naval:



— Uma oficina de Ensaios e Reparação Diesel

— Uma máquina electrodinâmica de equilibragem para rotores de 30 a 3000 Kgs. — 2 M. de diâmetro máximo — 3,420 m. entre apoios.

ROCHA DO CONDE DE ÓBIDOS

LISBOA

Telef. 66 21 48

C. D. U. 621.39 : 517.56

DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO DE POTÊNCIA E DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO A PARTIR DE «SÉRIES NO TEMPO»

POR MANUEL JOSÉ DE ABREU FARO
Professor do I. S. T.
Bolseiro do I. A. C. — Centro de Estudos de Electrónica da C. E. E. N.

A matéria do presente trabalho dá continuidade aos assuntos tratados em duas publicações anteriores «Comunicação por Impulsos» e «Estudo das «Séries no Tempo» e corresponde, ainda, a parte de uma série de lições que demos no Laboratório Nacional de Engenharia Civil sobre a aplicação da «análise harmónica generalizada» ao estudo e interpretação de registos cronológicos de determinadas grandezas físicas.

Estas lições destinaram-se, em particular, a engenheiros civis da divisão de Hidráulica e engenheiros electrotécnicos da E. C. A. (Estudo e Construção de Aparelhagem) e o seu objectivo foi contribuir para o estabelecimento das bases experimentais para o estudo de fenómenos de turbulência.

A matéria exposta vai acompanhada dum exemplo elaborado com a finalidade de ilustrar o modo de cálculo de alguns elementos de análise que têm interesse para o fim em vista. Embora o número de pontos utilizado seja pequeno em relação ao que, em casos idênticos, é corrente usar, representa já um conjunto de dados suficientemente complexo para que seja pràticamente inviável realizar os cálculos por métodos clássicos.

Recorreu-se deste modo ao «Centro de Cálculo Automático do Laboratório Nacional de Engenharia Civil» que programou e realizou as correspondentes operações e a quem nos cumpre agradecer a sua colaboração.

Simultâneamente foram os mesmos cálculos realizados por uma «máquina calculadora electrónica» que actualmente está trabalhando no L. N. E. C., tendo sido a programação feita por Mr. Goodwin a quem expremimos, também, o nosso agradecimento.

Foram estes últimos cálculos que adoptamos em definitivo e figuram nos quadros de valores apresentados, tirando pequenos afastamentos devido à entrada em tabelas trigonométricas coincidem com os resultados anteriormente referidos.

Tem especial interesse salientar que para uma máquina electrónica os cálculos apresentados são de fácil e rápida programação bem como o tempo próprio de elaboração dos mesmos por parte da máquina.

Sendo assim, tudo leva a crer que tais cálculos sejam pràticamente viáveis e que, portanto, faça sentido com a colaboração do «Centro de Cálculo Automático» adoptar para diversos fins os métodos de análise expostos.

1 — Introdução

1.1 — Sempre que haja a necessidade de realizar uma medida para a partir dela se estudar determinado fenómeno, está associada ao facto, pela referida necessidade, uma determinada expectativa o que permite classificar essa medida como uma mensagem portadora de informação.

O fenómeno é estudado através das mensagens emitidas por determinada fonte de informação que nele se escolheu: temperatura local, pressão, intensidade de corrente eléctrica, etc.

Sendo assim a técnica de transmissão e registo de resultados de medidas é idêntica à técnica de transmissão de sinais em «Telecomunicações» e os elementos de análise usados no estudo do «sinal» aplicam-se com êxito na interpretação dos referidos registos qualquer que seja a natureza do fenómeno em estudo.

* * *

1.2 — É corrente designar-se por «Análise Harmónica Generalizada» [Wiener — Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series] ao conjunto de operações que utilizam os quatro seguintes elementos de análise :

1) Descrição cronológica do fenomeno $s(t)$

2) Descrição harmónica do fenómeno $\vec{S}(\omega)$

3) Função de autocorrelação $\psi(\tau)$

4) Espectro de potência $W(f)$

* * *

1.3 — Como salientámos já num trabalho anterior [Estudo das «Séries no Tempo»] todos os sistemas físicos emitem sinais cujo espectro se limita a uma faixa finita de frequências.

Isto é, o módulo de $\vec{S}(\omega)$ só toma, pràticamente, valores substancialmente diferentes de zero numa banda finita $\Delta\omega$.

Deste modo o estudo, em particular, das funções $s_F(t)$ cujo espectro se limita à banda de frequências $[-F, F]$ é justificado.

* * *

1.4 — Teòricamente as funções de espectro limitado existem necessàriamente por todo o tempo $t = -\infty$ a $+\infty$.

Pràticamente, no entanto, os registos terão que ter uma duração finita limitando-se a um intervalo $t_2 - t_1 = T$ e assim obtém-se uma função $s_T(t)$ que é nula fora do intervalo e só coincide com a função a estudar durante o tempo de observação

$$s_T(t) = s_F(t) \qquad t_1 < t < t_2$$

$$s_T(t) = 0 \qquad t < t_1 \text{ ou } t > t_2$$

As funções $s_T(t)$ que se confinam a um intervalo de duração T constituem uma determinada classe de funções que gozam da propriedade do seu espectro se estender a todo o domínio da frequência $\omega = -\infty$ a $+\infty$.

Resulta daqui que uma função $s_F(t)$ não pode pertencer à classe de funções $s_T(t)$ e vice-versa.

O registo durante um intervalo finito duma função $s_F(t)$ não conduz pois a uma função $s_F(t)$ o que aparentemente complica o tratamento prático da questão.

No entanto, desde que

$$2F.T >> 1$$

podemos dentro de certa aproximação continuar a tratar $s_T(t)$ como uma função $s_F(t)$; ou com mais precisão: é possível construir a partir de $s_T(t)$ uma função $[s_T(t)]_F$ de espectro limitado a $[-F, F]$ a qual se aproxima suficientemente de $s_F(t)$ na região central do intervalo T.

$[s_T(t)]_F$ uma vez que é de espectro limitado ao intervalo $[-F, F]$ é ilimitada no tempo tendendo, no entanto, para zero ràpidamente quando, externamente, nos afastamos dos extremos do intervalo $[t_1, t_2]$.

Isto significa que dentro de certa aproximação podemos dizer que a função $[s_T(t)]_F$ é uma função da classe das funções limitadas ao intervalo T.

* * *

1.5 — As funções $s_F(t)$ podem ser reconstituídas a partir do conhecimento dum conjunto discreto de dados, valores que $s_F(t)$ toma nos instantes

$$t_n = n\,T_r + t_o$$

$$T_r = \frac{1}{2F}$$

Este facto permite substituir a descrição cronológica $s_F(t)$ por uma série no tempo $s_F(t_n)$ e passar a trabalhar com esta série.

Anàlogamente o espectro $\vec{S}_T(\omega)$ das funções $s_T(t)$ pode ser reconstituído a partir do conhecimento dos valores que $\vec{S}_T(\omega)$ toma em

$$\omega_p = p\,\Delta\omega + \omega_0$$

$$\Delta\omega = 2\pi\Delta f \quad \Delta f = \frac{1}{T}$$

* * *

1.6 — No presente trabalho vamos-nos ocupar da determinação dos elementos de análise referidos em (1.2) a partir do conhecimento do registo durante o tempo T duma função $s_F(t)$, a qual será de acordo com o que se disse substituída por uma «série no tempo» $s_F(t_n)$.

Os resultados virão, assim, expressos nos termos duma série cronológica. Com um registo de duração T trabalhamos na realidade com uma função $[s_T(t)]_F$ para a qual são rigorosamente válidas as propriedades das funções limitadas ao intervalo de frequências $[-F, F)]$.

A função $[s_T(t)]_F$ é, como se disse, dentro de certa aproximação, uma função $s_T(t)$ e assim só nesse sentido se poderão tirar conclusões baseadas nas propriedades das funções limitadas ao intervalo T.

* * *

1.7 — Por último, convém averiguar qual o significado dum registo finito T.

É evidente que se trata de uma questão delicada que acarreta uma análise matemática detalhada. Limitamo-nos deste modo a tratar a questão heurìsticamente.

Como se disse já, desde que

$$2F.T >> 1$$

a função $[s_T(t)]_F$ aproxima $s_F(t)$ na região central do intervalo T.

Designando por k um número inteiro que é tanto maior quanto maior for a precisão que se deseje, o intervalo para a qual a aproximação é da ordem de 1/k tem a seguinte medida:

$$T - \frac{2k}{2F} = T\left[1 - \frac{2k}{2F.T}\right]$$

o que significa que é sempre possível estabelecer para uma dada precisão um tempo de observação suficientemente grande para que em valor relativo a região correspondente à tolerância adoptada aproxime o tempo de observação T. [Estudo das «Séries no Tempo» e sua aplicação à determinação da resposta de sistemas lineares de transmissão (12-1)].

Como por outro lado a função $[s_T(t)]_F$ tende para zero ràpidamente fora do intervalo T segue-se que esta função aproxima convenientemente durante este intervalo a função $s_F(t)$.

1.7 — A desigualdade

$$2F.T >> 1$$

garante-nos a aproximação analítica de duas funções ao longo de determinado intervalo de tempo mas não legitima nem elucida sobre o significado de limitar a um intervalo finito T uma observação que em rigor se deveria estender desde $t = -\infty$ a $+\infty$.

A resposta a esta questão depende da natureza do fenómeno e envolve, portanto, um conhecimento prévio do processo, sendo evidente que uma observação do tipo considerado só poderá ter algum significado, relativamente ao fim em vista, se o processo for «estacionário»; isto é, a sua estatística não dependa da origem dos tempos «t_1» mas simplesmente do intervalo $T = t_2 - t_1$.

Intuitivamente pode ainda esperar-se que, desde que se trate dum processo estacionário e o intervalo de observação T seja suficientemente grande em relação a $\frac{1}{f_m}$ em que f_m representa a frequência de repetição (média) das flutuações mais lentas prováveis, a observação considerada é uma amostra conveniente de toda a história do fenómeno.

Nestas condições é legítimo admitir que médias tomadas sobre o intervalo T sejam boas aproximações das médias estendidas de $t = -\infty$ a $+\infty$ e, ainda, que na análise espectral no domínio da frequência faça sentido a determinação de $\vec{S}(\omega)$ e $W(f)$ para frequências da ordem de «f_m».

* * *

1.8 — Terminada aqui uma introdução que consideramos de interesse fazer, passamos seguidamente à exposição da matéria considerada, o que será feito pela ordem seguinte: conceitos de espectro de potência e de função de autocorrelação. Teorema de Wiener-Khintchine. Adaptação ao caso das funções de espectro limitado. Detecção de funções periódicas num processo casual. Exemplo de aplicação.

2 — Conceito de espectro de potência W (f)

2.1 — Seja s (t) a descrição cronológica de uma determinada grandeza física associada a um processo ondulatório: tensão eléctrica, pressão, etc.

Seja $\vec{S}(\omega)$ o seu espectro ou, o que é o mesmo, a sua descrição no domínio da frequência. Teremos

$$\vec{S}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\, \varepsilon^{-j\omega t}\, dt \tag{1}$$

e

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{S}(\omega)\, \varepsilon^{-j\omega t}\, d\omega \tag{2}$$

* * *

Àparte uma constante de dimensões físicas

$$\partial E = s^2(t)\, \partial t \tag{3}$$

traduz «uma actividade energética» durante um intervalo de tempo «∂t».

Nestas condições

$$p(t) = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\partial E}{\partial t} = s^2(t) \tag{4}$$

traduz, àparte a mesma constante, uma potência instantânea.

* * *

2.2 — A energia associada a todo o processo será dada por

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)\, dt \tag{5}$$

Pela relação de Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\, dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} S^2(\omega)\, d\omega \tag{6}$$

em que $S(\omega)$ representa o módulo de $\vec{S}(\omega)$. Deste modo a energia pode calcular-se a partir da descrição do fenómeno no domínio da frequência

$$E = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} S^2(\omega)\, d\omega \tag{7}$$

* * *

2.3 — Posto isto consideremos a função

$$s_T(t) = s(t) \qquad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

$$s_T(t) = 0 \qquad t < -\frac{T}{2} \text{ ou } t > \frac{T}{2} \tag{8}$$

Por definição de $s_T(t)$ e pela relação de Parseval teremos:

$$\int_{-T_2}^{T/2} s_T^2(t)\, dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} S_T^2(\omega)\, d\omega \tag{9}$$

em que $\vec{S}_T(\omega)$ representa o espectro de $s_T(t)$.

Podemos determinar o valor médio da potência sobre um determinado intervalo T.

$$p_T = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_T^2(t)\, dt \tag{10}$$

ou seja por (9)

$$p_T = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T} S_T^2(\omega)\, d\omega \tag{11}$$

atendendo que

$$\omega = \text{pulsação} = 2\pi f$$

e que $S_T(\omega)$ é uma função par de ω, (11) pode escrever-se

$$p_T = \int_0^{\infty} \frac{8\pi^2 S_T^2(2\pi f)}{T}\, df \tag{12}$$

2.4 — Por valor médio da potência, ou simplesmente potência P, designa-se como é sabido

$$P = \lim_{T\to\infty} p_T = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_T^2(t)\, dt \tag{13}$$

o que no domínio da frequência conduz a:

$$P = \lim_{T\to\infty} \int_0^{\infty} \frac{8\pi^2 S_T^2(2\pi f)}{T}\, df \tag{14}$$

Tem interesse e experimentalmente faz sentido exprimir a potência P numa distribuição limite da função integranda o que equivale a escrever:

$$P = \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \left[\frac{8\pi^2 S_T^2(\pi\ 2\pi f)}{T}\right] df \tag{15}$$

Designando

$$W_T(f) = \frac{8\pi^2 S_T^2 (2\pi f)}{T} \tag{16}$$

tem que se averiguar se existe o limite

$$\lim_{T\to\infty} W_T(f) = W(f) \tag{7}$$

Em geral o limite (17) não existe. $W_T(f)$ representa uma função (fig. 1) que oscila em relação a um valor médio $W(f)$, sendo o número de oscilações no intervalo $(f_2 - f_1)$ da ordem de

$$(f_2 - f_1)\ T \tag{18}$$

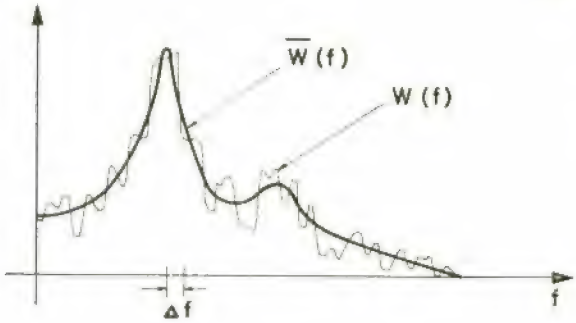


Fig. 1

Isto é, à medida que T aumenta a função $W_T(t)$ vai apresentando oscilações cada vez mais rápidas em torno dum valor médio $\overline{W}(f)$ que pode ser obtido a partir de:

$$\overline{W}(f) = \lim_{\delta f\to 0} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{\delta f} \int_{f-\delta f/2}^{f+\delta f/2} W_T(f)\, df \tag{19}$$

* * *

2.5 — A potência P exprime-se agora numa função $\overline{W}(f)$ que apresenta um andamento bem definido e representa a densidade média da potência no domínio da frequência e que se designa vulgarmente por «espectro de potência.»

$$P = \int_0^\infty \overline{W}(f)\, df \tag{20}$$

O significado físico de $\overline{W}(f)$ é o seguinte:

Filtrando s (t) através dum filtro de «banda de transmissão» $\left[f - \frac{\delta f}{2},\ f + \frac{\delta f}{2}\right]$ obtém-se um valor médio da potência:

$$\delta P = \overline{W}(f)\, \delta f \tag{21}$$

* * *

Uma vez que se trabalhe com um registo de duração finita T a expressão (19) reduz-se a:

$$\overline{W}(f)_T = \frac{1}{\delta f} \int_{f-\delta f/2}^{f+\delta f/2} W_T(f)\, df \tag{22}$$

em que δf representa um intervalo que é proporcional a 1/T e deve ser escolhido de modo a que

$$\delta f . T >> 1 \tag{23}$$

3 — Conceito de função de autocorrelação

3.1 — Consideremos de novo a descrição cronológica s (t) e a função

$$s(t + \tau) \tag{24}$$

que representa uma função que traduz os valores que s (t) toma num futuro τ.

Se for fisicamente admissível uma variação de s (t) num tempo infinitamente curto pode acontecer que s (t + τ) não tenha qualquer relação com s (t). Haveria uma completa independência entre dado acontecimento e o seu futuro qualquer que fosse τ.

Suponhamos que o valor médio de s (t) é nulo

$$\bar{s}\,(t) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s\,(t)\, dt = 0 \tag{25}$$

Nestas condições e admitindo que há completa independência entre s (t) é s (t + τ) é equiprovável que o produto

$$s\,(t)\,.\,s\,(t + \tau) \tag{26}$$

tome o valor (+ x) ou o valor (— x) o que equivale a dizer-se quo o valor médio do referido produto é nulo, excepto para τ = 0

$$\lim_{\substack{T \to \infty \\ \tau \neq 0}} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s\,(t)\; s\,(t + \tau)\, dt = 0 \tag{27}$$

* * *

3.2 — Sabemos, no entanto, que todas as fontes de informação emitem sinais de espectro limitado e sabemos também que uma limitação no domínio da frequência representa a impossibilidade duma liberdade completa de variação no tempo.

Mais precisamente, se o espectro de uma função está limitado ao intervalo [0,F] (usamos aqui só frequências positivas por simplificação de exposição) isto significa que a função s (t) ao variar de um nível constante «s_0» para outro nível constante «s_1» leva um tempo da ordem $\frac{1}{F}$.

Infere-se daqui que limitações no domínio da frequência acarretam que s (t + τ) não seja completamente independente de s (t) e que o referido valor médio deixa de ser nulo.

Nestas condições podemos definir uma «função de autocorrelação»

$$\psi\,(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s\,(t)\; s\,(t + \tau)\, dt \tag{28}$$

que nos dá uma medida da relação existente entre um determinado acontecimento e a sua evolução futura ou o que é o mesmo entre um dado acontecimento e o seu passado.

Por outro lado é também possível que a relação entre o passado e o futuro se limite ùnicamente a um determinado tempo «τ_c» (Tempo de correlação) (fig. 2).

Nessas condições a função de autocorrelação reduz-se pràticamente a zero a partir de τ_c.

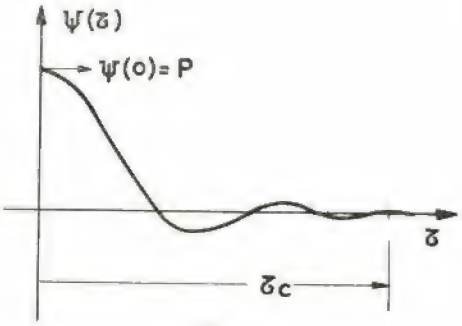


Fig. 2

* * *

3.3 — No caso dum registo de duração finita T trabalhamos com a função

$$\psi\,(\tau)_T = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s\,(t)\; s\,(t + \tau)\; d\,t \tag{29}$$

que representa uma aproximação de ψ (τ)

$$\lim_{T \to \infty} \psi\,(\tau)_T = \psi\,(\tau) \tag{30}$$

* * *

3.4 — Por último convém notar que a função de autocorrelação é uma função par

$$\psi(\tau) = \psi(-\tau)$$

4 — Relação entre o espectro de potência e a função de autocorrelação

Consideramos a função $\psi(\tau)_T$

$$\psi(\tau)_T = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\, s(t+\tau)\, dt \tag{29}$$

Por definição de $\vec{S}_T(\omega)$

$$s_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{S}_T(\omega)\, \varepsilon^{j\omega t}\, d\omega \tag{31}$$

e, portanto,

$$s_T(t+\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{S}_T(\omega)\, \varepsilon^{j\omega(t+\tau)}\, d\omega \tag{32}$$

Substituindo em (29) obtém-se:

$$\psi(\tau)_T = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\, dt \int_{-\infty}^{\infty} \vec{S}_T(\omega)\, \varepsilon^{j\omega t}\, \varepsilon^{j\omega\tau}\, d\omega \tag{33}$$

ou seja ainda

$$\psi(\tau)_T = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} \vec{S}_T(\omega)\, \varepsilon^{j\omega\tau}\, d\omega \int_{-T/2}^{T/2} s(t)\, \varepsilon^{j\omega t}\, dt \tag{34}$$

Atendendo que

$$\vec{S}_T(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\, \varepsilon^{-j\omega t}\, dt \tag{35}$$

segue-se que

$$\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\, \varepsilon^{j\omega t}\, dt = 2\pi\, \vec{S}_T(-\omega) \tag{36}$$

e finalmente

$$\psi(\tau)_T = \frac{2\pi}{T}\int_{-\infty}^{\infty} \vec{S}_T(\omega)\, \vec{S}_T(-\omega)\, \varepsilon^{j\omega\tau}\, d\omega \tag{37}$$

Como

$$\vec{S}_T(\omega)\, .\, \vec{S}_T(-\omega) = S_T^2(\omega) \tag{38}$$

resulta

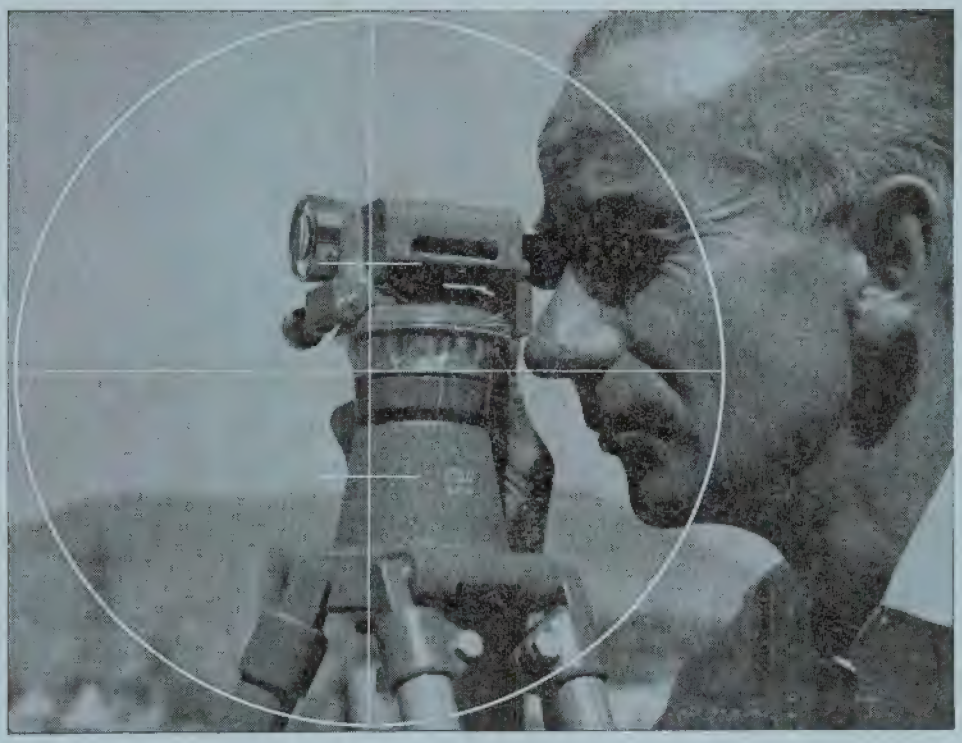
$$\psi(\tau)_T = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T}\, S_T^2(\omega)\, \varepsilon^{j\omega\tau}\, d\omega \tag{39}$$

atendendo que $S_T(\omega)$ é uma função par de ω (39) pode escrever-se ainda:

$$\psi(\tau)_T = \int_0^{\infty} \frac{8\pi^2\, S_T^2(2\pi f)}{T} \cos 2\pi f \tau\, df \tag{40}$$

ou seja atendendo à definição de $W_T(f)$ (16)

$$\psi(\tau)_T = \int_0^{\infty} W_T(f)\, \cos 2\pi f \tau\, df \tag{40}$$



GK I pequeno instrumento de nivelamento para engenheiros e para todos os trabalhos técnicos de nivelamento tais como nivelamentos em comprimento, em superfície e de perfis.
Levantamentos taqueométricos de terrenos planos.

exacto — — — — — — — — — níveis coincidentes
rápido — — — — — — — — — estativo articulado
prático — — — — — — — — — pequeno, leve, estável.

Peça o prospecto descritivo.

Kern SWISS

KERN — Instrumentos geodésicos de fama mundial pela perfeição técnica e precisão.

REPRESENTANTES PARA PORTUGAL:

EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.ª, L.DA

RUA DE SANTO ANTÓNIO, 137-145 — PORTO — TEL. 20254/5
RUA ANTERO DE QUENTAL, 17-1.º — LISBOA — TEL. 53366

UNILENE

Os tubos de polietileno «UNILENE», os seus acessórios de plástico «UNI-PLAST» e o seu processo de montagem e soldadura estão aprovados pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil, para:

CANALIZAÇÕES DE ÁGUA — Proc. 217-III

E

CANALIZAÇÕES DE ESGOTO DOMÉSTICO — Proc. 228-III

SOCIEDADE FABRIL DE MATÉRIAS PLÁSTICAS

PORTO
RUA DO HEROÍSMO, 291
Telef. 5 26 71

LISBOA
RUA DA EMENDA, 19
Telef. 2 04 48

COIMBRA
AV. FERNÃO DE MAGALHÃES, 282
Telef. 2 69 84

* * *

No limite ($T \to \infty$) a relação (40) permite exprimir $\psi(\tau)$ no espectro de potência, valor médio $\overline{W}(f)$

$$\psi(\tau) = \int_0^\infty \overline{W}(f) \cos 2\pi f \tau \, df \tag{41a}$$

donde resulta

$$\overline{W}(f) = 4 \int_0^\infty \psi(\tau) \cos 2\pi f \tau \, d\tau \tag{41b}$$

As relações (41) traduzem o teorema de Wiener-Khintchine, que nos diz que a função de autocorrelação é a transformada de Fourier do espectro de potência (valor médio) e vice-versa.

A relação (40) é o equivalente às relações (41) relativamente a um registo de duração finita T.

5 — Exemplos

Vamos dar alguns exemplos de determinação da função de autocorrelação e espectro de potência para alguns casos de interesse:

5.1 — Soma de funções sinusoidais

Seja

$$s(t) = \sum_{n=1}^{N} A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) \tag{42}$$

teremos

$$s(t+\tau) = \sum_{p=1}^{N} A_p \cos[\omega_p (t+\tau) + \varphi_p] \tag{43}$$

donde resulta:

$$s(t) \, s(t+\tau) = \sum_{n=1}^{N} A_n^2 \cos[\omega_n t + \varphi_n] \cos[\omega_n (t+\tau) + \varphi_n]$$
$$+ \sum_{n=1}^{N} \sum_{\substack{p=1 \\ n \neq P}}^{N} A_n A_p \cos[\omega_n t + \varphi_n] \cos[\omega_p (t+\tau) + \varphi_p] \tag{44}$$

É evidente de (44) que o valor médio de

$$s(t) \, s(t+\tau)$$

é:

$$\psi(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \, s(t+\tau) \, dt = \sum_{n=1}^{N} \frac{A_n^2}{2} \cos \omega_n \tau \tag{45}$$

$\frac{A_n^2}{2}$ representa o valor médio da potência de

$$A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$$

ou seja

$$P_n = \frac{A_n^2}{2} \tag{46}$$

Nestas condições a função de autocorrelação duma soma de funções sinusoidais é uma soma de funções periódicas (cosinusoidais) com as mesmas frequências e em que a respectiva amplitude é o valor médio da potência de cada uma das oscilações

$$\psi(\tau) = \sum_{n=1}^{N} P_n \cos \omega_n \tau \tag{47}$$

A determinação de $\overline{W}(f)$ conduzirá à «função» de Dirac obtendo-se

$$\overline{W}(f) = \sum_{n=1}^{N} P_n \, \delta (f - f_n) \tag{48}$$

Na realidade atendendo às propriedades da «função» de Dirac e utilizando (41 a) teremos:

$$\psi(\tau) = \int_0^{\infty} \overline{W}(f) \cos 2\pi f \, df =$$

$$= \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{N} P_n \, \delta (f - f_n) \cos 2\pi f \tau \, df = \sum_{n=1}^{N} \int_0^{\infty} P_n \, \delta (f - f_n) \cos 2\pi f \tau \, df$$

Como

$$\int_0^{\infty} P_n \, \delta (f - f_n) \cos 2\pi f \tau \, df = P_n \cos 2\pi f_n \tau = P_n \cos \omega_n \tau$$

verificamos que (48) está, Teorema de Wiener, de acordo com (47).

Deste modo o espectro de potência representa no caso presente uma série de «localizações infinitas» nas frequências «f_n».

5.2 — Função de espectro de potência uniforme na banda [0, F]

Consideremos uma função cujo espectro de potência está uniformemente distribuído na banda [0,F]

$$\overline{W}(f) = W_o \qquad 0 < f < F \tag{49}$$
$$\overline{W}(f) = 0 \qquad f > F$$

Uma função deste tipo representa um caso de «ruído» limitado à banda [0, F].

Um vez que há uma limitação no domínio da frequência é de esperar que não haja independência completa entre o valor de s (t) e o seu valor num futuro imediato.

Aplicando o teorema de Wiener (41 a)

$$\psi(\tau) = \int_0^{\infty} \overline{W}(f) \cos 2\pi f \tau \, df$$

obtém-se imediatamente

$$\psi(\tau) = (W_o F) \frac{\operatorname{sen} 2\pi F \tau}{2\pi F \tau} \tag{50}$$

que representamos na fig. 3.

Como se pode verificar a função tende para zero, e reduz-se a um valor insignificante ao fim de alguns intervalos de medida $^1/_{2F}$.

O significado físico é imediato, à medida que diminui F, ou seja, o fenómeno é mais restrito no domínio da frequência, maior se torna o intervalo de tempo τ_c

$$\tau_c \simeq K \cdot \frac{1}{2F}$$

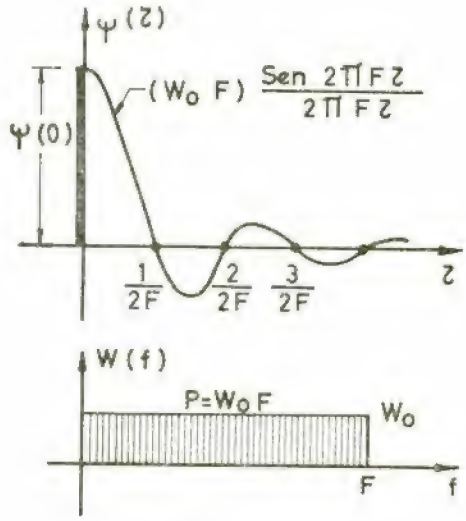


Fig. 3

em que há interdependência acentuada entre o passado e o futuro.

Ainda, neste exemplo é de notar que (W_o F) representa por definição de espectro de potência o valor médio da potência

$$P = W_o F$$

e, ainda, como anteriormente se notou

$$\psi(0) = P$$

5.3 — Sobreposição de uma função sinusoidal a ruído de espectro uniforme na banda [0, F]

Consideremos uma função em que

$$\overline{W}(f) = W_o \qquad 0 < f < F$$

e representêmo-la por $s_o(t)$ (ruído).

Consideremos, ainda, uma função sinusoidal

$$s_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

e seja $s(t)$ a soma

$$s(t) = s_o(t) + s_1(t)$$

Teremos

$$s(t) \cdot s(t+\tau) = s_o(t)\, s_o(t+\tau) + s_1(t)\, s_1(t+\tau)$$
$$s_o(t)\, s_1(t+\tau) + s_o(t+\tau)\, s_1(t)$$

Desde que não ha qualquer relação entre $s_o(t)$ e $s_1(t)$ é de esperar que os valores médios das duas últimas parcelas sejam nulos e então

$$\psi(\tau) = \psi_o(\tau) + \psi_1(\tau)$$

Quer isto dizer que no caso das funções serem independentes a função de correlação da soma é a soma das funções de correlação de cada uma das parcelas; o mesmo se dizendo (Teorema de Wiener) dos espectros de potência

$$\overline{W}(f) = \overline{W}_o(f) + \overline{W}_1(f)$$

Na fig. 4 mostra-se a função de correlação que se obteria no exemplo considerado.

Na fig. 5 mostra-se o espectro de potência no caso de, ao exemplo presente, se ter adicionado mais uma componente sinusoidal de frequência «f_2».

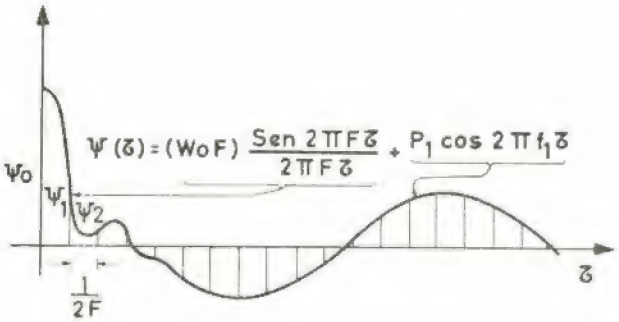


Fig. 4

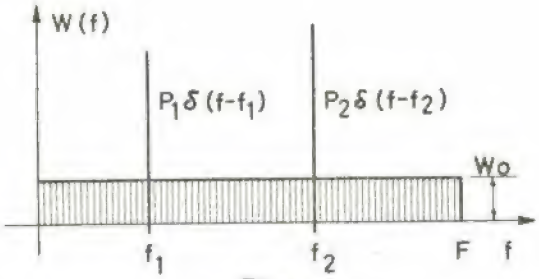


Fig. 5

6 — Aplicação às funções de espectro limitado à banda [0, F]

Tomando como base as propriedades fundamentais das funções de espectro limitado à banda [0, F] vamos particularizar para esta classe de funções o estudo feito anteriormente.

6.1 — Propriedades fundamentais

6.1.1 — Seja uma função de espectro limitado

$$s_F(t)$$

Como é conhecido

$$s_F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_F(t_n) \frac{\operatorname{sen} 2\pi F (t - t_n)}{2\pi F (t - t_n)} \tag{51}$$

em que

$$T_r = \text{Período de repetição} = \frac{1}{2F}$$

$$t_n = n T_r + t_o$$

$$f_r = 2F = \text{Frequência de repetição}$$

* * *

6.1.2 — O espectro destas funcões exprime-se em $s_F(t_n)$

$$\vec{S}_F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2F} \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_F(t_n) \, \varepsilon^{-j\omega t_n} \qquad -F < f < F \tag{52}$$

$$\vec{S}_F(\omega) = 0 \qquad |f| > F$$

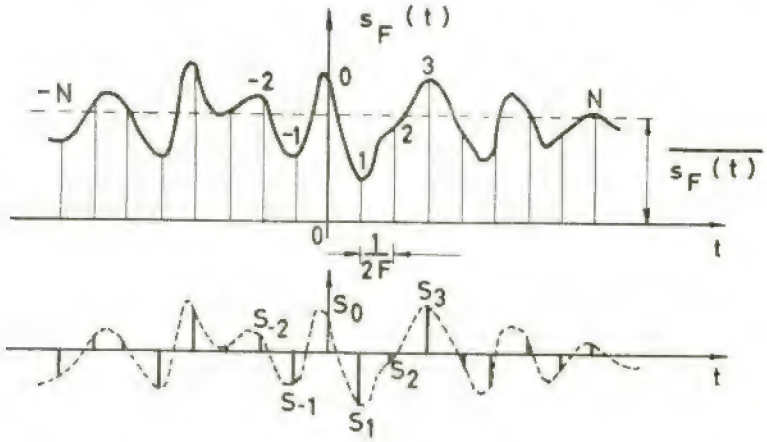


Fig. 6

6.2 — Valor médio

Vamos admitir que a função $s_F(t)$ fig. 6 é sempre positiva e, portanto, com um valor médio não nulo

$$\overline{s_F}(t) \neq 0$$

O valor médio pode determinar-se a partir de (51).

Teremos:

$$\overline{s_F}(t) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_F(t_n) \frac{\operatorname{sen} 2\pi F (t - t_n)}{2\pi F (t - t_n)} \, dt$$

Uma vez que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} 2\pi F (t - t_n)}{2\pi F (t - t_n)} \, dt = \frac{1}{2F} \tag{33}$$

teremos, designando por T o intervalo de tempo que vai desde t_{-N} a t_N

$$2FT = 2N$$

pelo que

$$\overline{s_F}(t) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} s_F(t_n) \tag{34}$$

* * *

Tomando como referência este valor médio podemos construir uma série de valor médio nulo

$$S_n = s_F(t_n) - \overline{s_F}(t)$$

com a qual passaremos a trabalhar.

Esta série representa, ainda, uma função de espectro limitado

6.3 — Espectro de potência

6.3.1 — Vamos determinar

$$W_{FT}(f) = \frac{8\pi^2 S^2_{FT}(2\pi f)}{T} \tag{55}$$

Uma vez que

$$\left[\vec{S}_T(\omega)\right]_F = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{2F}\sum_{n=-N}^{N} S_n \varepsilon^{-j\omega t_n} \tag{52a}$$

teremos

$$\left[\vec{S}_T(\omega)\right]_F = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{2F}\left[\sum_{n=-N}^{N} S_n \cos \omega t n - j \sum_{n=-N}^{N} S_n \operatorname{sen} \omega t n\right]$$

Designando por

$$C_{2N}(f) = \sum_{n=-N}^{N} S_n \cos 2\pi f t_n \tag{56a}$$

$$S_{2N}(f) = \sum_{n=-N}^{N} S_n \operatorname{sen} 2\pi f t_n \tag{56b}$$

Resulta imediatamente de (55) e (56)

$$W_{FT}(f) = \frac{1}{F}\frac{1}{2N}\left[C^2_{2N}(f) + S^2_{2N}(f)\right] \tag{57}$$

$$(2N) = 2FT$$

* * *

6.3.2 — Como se disse anteriormente, desde que

$$2FT >> 1$$

a função $[s_T(t)]_F$ pode, dentro de certa aproximação, considerar-se uma função de duração finita T, $s_T(t)$.

Uma função de duração finita T goza da propriedade do seu espectro ser reconstituível a partir do conhecimento dos valores do mesmo tomados nos pontos ω_n

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} n + \omega_0$$

vindo

$$\vec{S}_T(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{S}_T(\omega_n) \frac{\operatorname{Sen} \frac{T}{2}(\omega - \omega_n)}{\frac{T}{2}(\omega - \omega_n)} \tag{58}$$

é uma propriedade análoga à das funções de espectro limitado à banda [0,F].

Desta propriedade infere-se que $\vec{S_T}$ $(2\pi f)$ poderá apresentar na banda F

$$\frac{F}{\frac{1}{T}} = FT = \text{variações} = \frac{(2N)}{2} = N = \text{variações}$$

Conclui-se daqui que na determinação de W_{FT} (f) haverá necessidade, para uma apreciação conveniente das possíveis oscilações, de fazer determinações intervaladas de

$$\Delta f = \frac{F}{N} \tag{59}$$

6.4 — Função de autocorrelação

6.4.1 Seja

$$s_F(t) \cdot \overline{s_F(f)} = s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n \frac{\text{sen } 2\pi F (t - t_n)}{2\pi F (t - t_n)} \tag{60}$$

Vamos determinar a função de autocorrelação.
Para isso usaremos uma identidade, cuja demonstração é fácil de fazer:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen } 2\pi F t}{2\pi F t} \frac{\text{sen } 2\pi F (t+\tau)}{2\pi F (t+\tau)} \, dt = \frac{1}{2F} \frac{\text{sen } 2\pi F \tau}{2\pi F \tau} \tag{61}$$

Posto isto escrevamos

$$s(t+\tau) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} S_q \frac{\text{sen } 2\pi F (t+\tau-t_q)}{2\pi F (t+\tau-t_q)} \tag{62}$$

virá então:

$$s(t)\, s(t+\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} S_n S_q \frac{\text{Sen } 2\pi F (t-t_n)}{2\pi F (t-t_n)} \frac{\text{Sen } 2\pi F (t+\tau-t_q)}{2\pi F (t+\tau-t_q)} \tag{63}$$

Pondo

$$q = n + p$$

pode ainda escrever-se

$$s(t)\, s(t+\tau) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n S_{n+p} \frac{\text{Sen } 2\pi F (t-t_n)}{2\pi F (t-t_n)} \frac{\text{Sen } 2\pi F (t+\tau-t_{n+p})}{2\pi F (t+\tau-t_{n+p})} \right] \tag{64}$$

Calculemos agora

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Sen } 2\pi F (t-t_n)}{2\pi F (t-t_n)} \frac{\text{Sen } 2\pi F (t-t_n+\tau+t_n-t_{n+p})}{2\pi F (t-t_n+\tau+t_n-t_{n+p})} \, dt \tag{65}$$

Basta fazer uma mudança de variável

$$t - t_n = t'$$

e notar que

$$t_n - t_{n+p} = -\frac{p}{2\pi}$$

para que atendendo à identidade (61) se possa escrever para o integral (65) o seguinte valor

$$\frac{1}{2F} \frac{\text{Sen } 2\pi F \left(\tau - \frac{p}{2F}\right)}{2\pi F \left(\tau - \frac{p}{2F}\right)} \tag{66}$$

Designando

$$\tau_P = p \cdot \frac{1}{2F}$$

e notando que $2F.T = 2N$ virá

$$\psi(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)\, s(t+\tau)\, dt = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left[\lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} S_n S_{n+p} \right] \frac{\text{Sen } 2\pi F(\tau - \tau_P)}{2\pi F(\tau - \tau_P)}$$

Designando por Ψ_P

$$\lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} S_n S_{n+p} \tag{67}$$

teremos finalmente:

$$\Psi(\tau) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \Psi_P \frac{\text{Sen } 2\pi F(\tau - \tau_P)}{2\pi F(\tau - \tau_P)} \tag{68}$$

$$\tau_P = p \cdot \frac{1}{2F}$$

o que nos mostra que a função de autocorrelação numa função de espectro limitado à banda $[0, F]$ é ainda uma função de espectro limitado a $[0, F]$.

Note-se que na determinação de de $\psi(\tau)$ (68) assim como na do valor médio $\overline{s_F(t)}$ (34) as expressões estabelecidas convergem no limite $(N \to \infty)$ para os verdadeiros valores.

Como as funções $S_F(t)$ são para

$$2F.T >> 1$$

pràticamente funções limitadas ao intervalo T, as expressões obtidas para um N finito representam, não obstante se terem calculado os integrais entre $(-\infty$ e $+\infty)$, boas aproximações de $\psi_T(\tau)$ e do valor médio determinado sobre o intervalo T.

Uma vez que a questão teve um tratamento heurístico seria necessária uma análise matemática mais detalhada para o rigoroso estabelecimento das expressões obtidas.

* * *

6.4.2 — Desde que se trate dum processo em que S_n e S_{n+p} sejam «independentes» (ruído)

$$\Psi_p = 0 \qquad p \neq 0 \tag{69}$$

e, então,

$$\psi(\tau) = \Psi_o \frac{\text{sen } 2\pi F\tau}{2\pi F\tau} \tag{70}$$

Como

$$\Psi_o = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} S_n^2 = P \tag{71}$$

representa o valor médio da potência P, teremos

$$\psi(\tau) = P \frac{\text{sen } 2\pi F\tau}{2\pi F\tau} \tag{72}$$

que é exactamente a função de autocorrelação obtida em (5.2) e a que corresponde um $\overline{W}(f)$ constante sobre a banda $[0. F]$

$$\overline{W}(t) = W_o \qquad P = W_o F.$$

* * *

6.4.3 — Note-se que

$$\Psi_p = \Psi_{-p} \tag{73}$$

e que, portanto, como aliás já se notou $\psi(\tau)$ é uma função par.

* * *

6.4.4 — Uma vez que $\psi(\tau)$ é de espectro limitado fica completamente caracterizada pela série cronológica Ψ_p que representa $\psi(\tau)$ tomada nos instantes τ_p

$$\Psi_p = \psi(\tau_p)$$

7 — Fórmulas de cálculo

Vamos ordenar os resultados obtidos a fim de facilitar o cálculo do espectro de potência e da função de autocorrelação:

7.1 — Admite-se que se conhece F e, portanto, $T_r = \dfrac{1}{2F}$

7.2 — Arbitra-se o número de observações a fazer.
Por facilidade substituiremos as observações $-N \ldots, O, +N$ por observações $(1, 2, \ldots M)$

7.3 — Determina-se o tempo de registo

$$T = (M-1)\,T_r \simeq M\,T_r = \frac{M}{2F} \qquad (M >> 1)$$

7.4 — Determina-se a separação Δf para uma apreciação conveniente das oscilações de $W(f)$

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{2F}{M} = \frac{F}{\frac{M}{2}}$$

7.5 — Calcula-se o valor médio

$$\overline{s_F(t)} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M} s_F(t_n)$$

7.6 — Obtém-se a série cronológica

$$S_n = s_F(t_n) - \overline{s_F(t)}$$

7.7 — Determina-se

$$C_M(f) = \sum_{n=1}^{M} S_n \cos 2\pi f\, t_n \qquad t_n = \frac{n}{2F} + t_o$$

$$S_M(f) = \sum_{n=1}^{M} S_n \operatorname{sen} 2\pi f\, t_n$$

tomando $t_o = 0$ resulta

$$C_M(f) = \sum_{n=1}^{M} S_n \cos 2\pi f \frac{n}{2F}$$

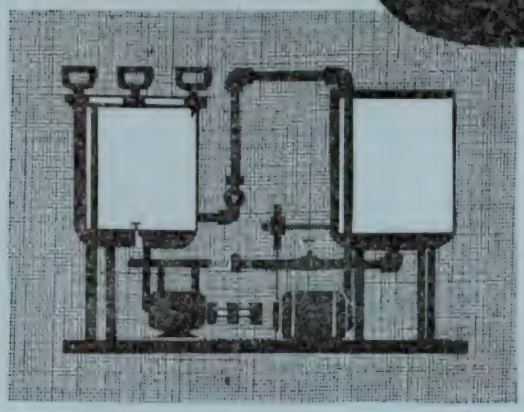
$$S_M(f) = \sum_{n=1}^{M} S_n \operatorname{sen} 2\pi f \frac{n}{2F}$$

filtros FILFRO, L.da

ALGUMAS DAS PRINCIPAIS APLICAÇÕES:

Água • Açúcar • Óleos vegetais, animais e minerais • Cerveja
Sabão líquido • Resinas naturais e sintéticas • Vinhos • Vinagre
Glicerina • Tintas • Vernizes
Sumos de frutos • Xaropes
Azeite • Industria química

FILTROS NACIONAIS PARA TODOS OS PROBLEMAS DE FILTRAÇÃO



Inteiramente fabricados em Portugal, por técnicos e operários portugueses, segundo a patente port. n.º 29.917

Dezenas de instalações a funcionar no país atestam a sua excelente qualidade.

RUA CAPITÃO FILIPE DE SOUSA, 128
CALDAS DA RAINHA

FILTROS FILFRO, L.da PORTUGAL

---

em PORTUGAL, como no mundo inteiro,

T.A.S. ENGINEERING

concebe e realisa, por conta de V. Exa, os mais modernos conjuntos industriais,

T.A.S. ABSORVE O EXCEDENTE DOS SERVIÇOS TECNICOS DE V. Exa.

T.A.S

pondo-lhe à disposição os seus engenheiros e os seus desenhadores.

Qualquer que seja o problema de V. Exa, queira escrever a T.A.S. que delegará um dos seus técnicos para expor os serviços que este organismo pode prestar.

TECHNIC ASSISTANCE SERVICE

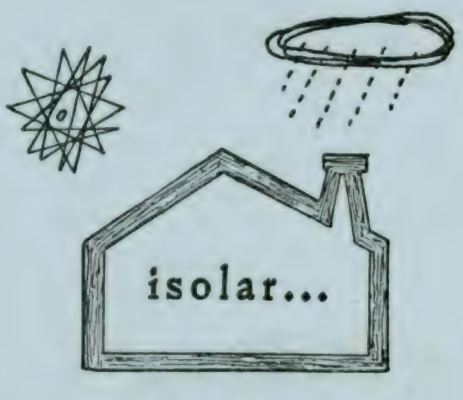
185, rue Saint-Maur - Paris 10e

Empresa de Fundações Capblanch, L.da

Fundações Especiais
Estacas a ar comprimido
(por processo patenteado)
Sondagens e Injecções

Estacas na fundação de um pilar de ponte

Rua do Alecrim, 38-2.º Telef. 21 265
LISBOA — 2



...do calor,
frio,
ruído,
...problema resolvido:

VITROFIB

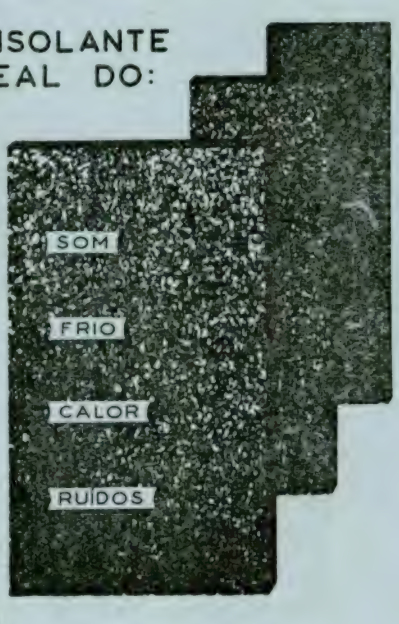
INFORMAÇÕES TÉCNICAS E COMERCIAIS

NACIONAL FIBRAS DE VIDRO, L.DA

R. Braamcamp, 15, 2.º-D. Tel: 59150 - 59124
LISBOA

AGLOMERADOS NEGROS DE CORTIÇA

O ISOLANTE IDEAL DO:



NUM ISOLAMENTO IMPROVISADO QUALQUER MATERIAL SERVE.. MAS PARA UMA CONSTRUÇÃO DE LONGA VIDA, SEJA QUAL FOR O SEU FIM, O BOM SENSO, EXIGE O EMPREGO DE AGLOMERADO NEGRO DE CORTIÇA MATERIAL ESTÁVEL E DE DURAÇÃO GARANTIDA

Isola

SOCIEDADE COMERCIAL DE ISOLAMENTOS DE CORTIÇA, LDA.

Av. Antonio Augusto de Aguiar, 17 - Lisboa
Tel. - 47824

As determinações de W (f) são feitas nos pontos

$$f_p = p\,\Delta f \qquad \Delta f = \frac{F}{\frac{M}{2}} \qquad p = 1 \ldots \left(\frac{M}{2}\right)$$

resultando finalmente

$$C_M\,(f_p) = \sum_{n=1}^{M} S_n \cos \frac{2\pi}{M} \cdot pn$$

$$S_M\,(f_p) = \sum_{n=1}^{M} S_n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{M} \cdot pn$$

7.8 — **Determinação do espectro de potência**

Virá finalmente

$$W(f_p) = \frac{1}{F} \quad \frac{C_M^2\,(f_p) + S_M^2\,(f_p)}{M} \qquad p = 1 \ldots \left(\frac{M}{2}\right)$$

que é análoga a (57)

7.8 — **Determinação da série cronológica da função de autocorrelação**

Obtém-se de:

$$\Psi_P = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M} S_n\, S_{n+p}$$

8 — Caso particular de uma função sinusoidal

Uma vez que

$$s_F\,(t) = E \cos\,(\omega_o t + \varphi) \tag{75}$$

Será

$$S_n = E \cos\,(\omega_o\, t_n + \varphi) \tag{76}$$

Após um cálculo relativamente trabalhoso e que nos dispensamos de apresentar pois utiliza identidades trigonométricas bem conhecidas chega-se a:

$$W\,(f) = \frac{1}{F}\,\frac{E_o^2}{4}\left[\frac{1}{M}\,\frac{\operatorname{Sen}^2 M\,\pi\,\frac{f+f_o}{2F}}{\operatorname{Sen}^2 \pi\,\frac{f+f_o}{2F}} + \frac{1}{M}\,\frac{\operatorname{Sen}^2 M\,\pi\,\frac{f-f_o}{2}}{\operatorname{Sen}^2 \pi\,\frac{f-f_o}{2F}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{M}\,\frac{\operatorname{Sen} M\,\pi\,\frac{f+f_o}{2F}}{\operatorname{Sen} \pi\,\frac{f+f_o}{2F}} \cdot \frac{\operatorname{Sen} M\,\pi\,\frac{f-f_o}{2F}}{\operatorname{Sen} \pi\,\frac{f-f_o}{2F}} \cos\left[\pi\,\frac{f_o\,(M+1)}{F} + 2\varphi\right]\right] \tag{77}$$

Quando $M \to \infty$ W (f) tende para uma localização infinita em f_o o que se deve ao termo principal

$$W(f) = \frac{1}{F}\,\frac{E_o^2}{4}\,\frac{1}{M}\,\frac{\operatorname{sen}^2 M\,\pi\,\frac{f-f_o}{2F}}{\operatorname{sen}^2 \pi\,\frac{f-f_o}{2F}} \tag{78}$$

que para $f = f_o$ vale

$$W\,(f_o) = \frac{1}{F}\,\frac{E_o^2}{4} \cdot M \tag{79}$$

que é o valor máximo.

(78) apresenta um andamento simétrico em relação a f_o com o 1.º zero para

$$M \pi \frac{f - f_o}{2F} = \pi$$

ou seja, pondo

$$f - f_o = \Delta f \tag{81}$$

para

$$\Delta f = \frac{F}{M/2}$$

É evidente que para se evidenciar a referida localização de valor máximo dado por (79) teremos usar um espaçamento máximo de

$$\Delta f = \frac{F}{M/2}$$

o que concorda com o valor calculado, por outras considerações, em 6.3.2.

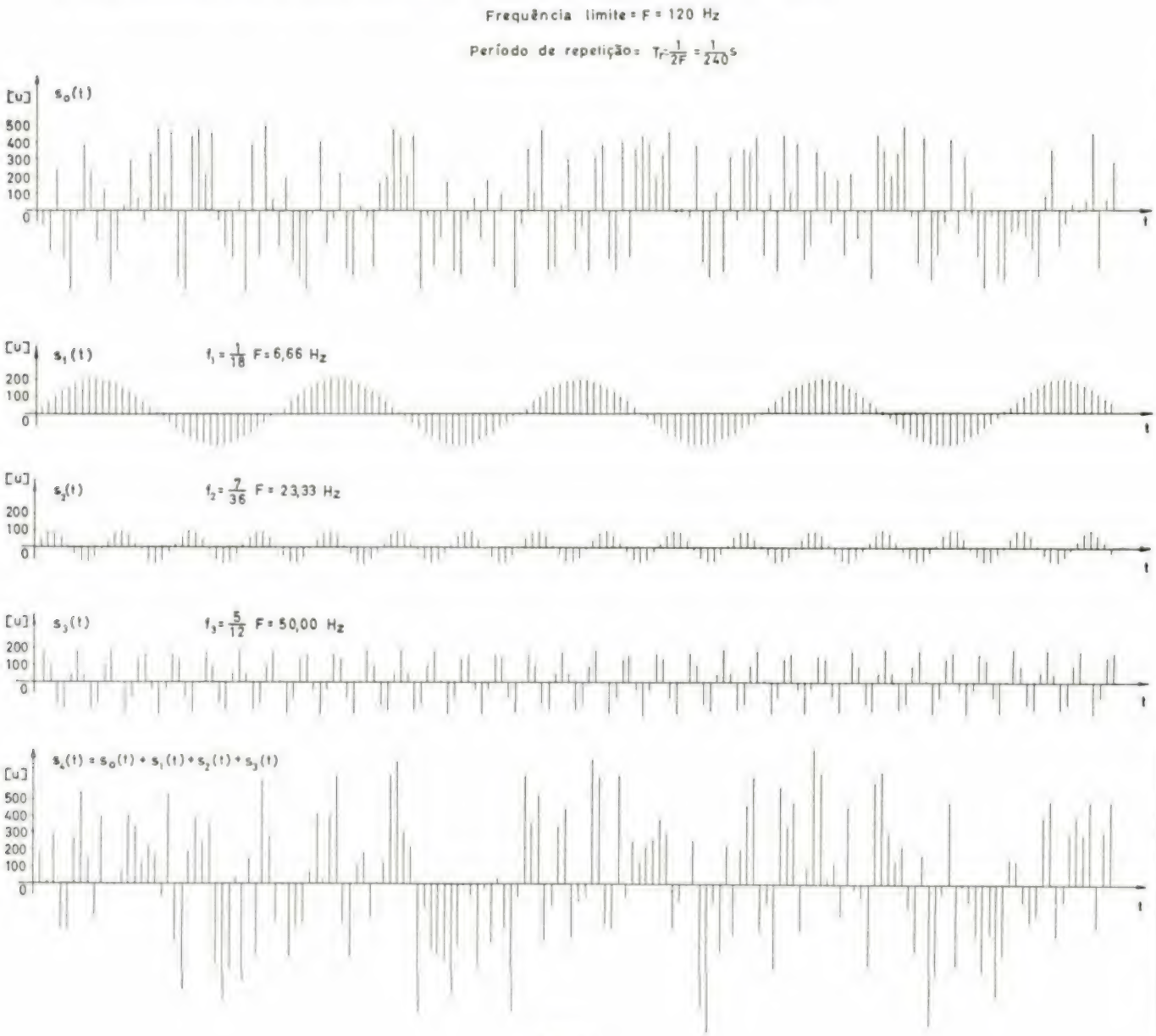


Fig. 7

De (78) e (79) verifica-se imediatamente que quanto maior for «M» mais concentrada e de maior amplitude é a referida localização.

No limite seria a função de Dirac, como já se notou.

QUADRO N.º 1

Séries cronológicas de $s_0(t)$ e $s(t)$

n	$s_0(t_n)$	$s(t_n)=S_n$	n	$s_0(t_n)$	$s(t_n)=S_n$	n	$s_0(t_n)$	$s(t_n)=S_n$	n	$s_0(t_n)$	$s(t_n)=S_n$
1	− 97	+ 188	41	− 27	+ 65	81	− 105	− 117	121	+ 217	+ 463
2	− 256	+ 6	42	+ 402	+ 425	82	− 372	− 92	122	− 183	− 31
3	+ 244	+ 300	43	− 206	+ 21	83	+ 318	+ 741	123	− 22	− 89
4	− 292	− 272	44	− 56	+ 412	84	+ 379	+ 639	124	− 425	− 496
5	− 488	− 274	45	+ 221	+ 633	85	− 306	− 246	125	+ 442	+ 611
6	− 49	+ 274	46	− 357	− 243	86	− 372	− 266	126	+ 352	+ 652
7	+ 399	+ 548	47	− 397	− 444	87	+ 390	+ 657	127	+ 204	+ 303
8	+ 228	+ 154	48	+ 23	+ 109	88	− 290	− 83	128	+ 338	+ 131
9	− 190	− 202	49	− 49	+ 197	89	+ 361	+ 262	129	+ 487	+ 220
10	+ 123	+ 403	50	− 356	− 204	90	+ 435	+ 135	130	− 47	− 153
11	− 429	− 6	51	+ 159	+ 92	91	+ 391	+ 222	131	− 337	− 397
12	− 248	− 12	52	+ 201	+ 130	92	+ 197	+ 268	132	+ 431	+ 171
13	+ 21	+ 81	53	+ 481	+ 650	93	+ 329	+ 396	133	− 424	− 847
14	+ 307	+ 413	54	+ 435	+ 735	94	+ 458	+ 306	134	− 276	− 556
15	+ 77	+ 344	55	+ 209	+ 308	95	− 16	− 262	135	− 74	− 62
16	− 74	+ 133	56	+ 441	+ 234	96	− 14	− 100	136	+ 417	+ 491
17	+ 329	+ 230	57	− 502	− 769	97	− 50	− 3	137	− 147	− 296
18	+ 472	+ 172	58	− 43	− 149	98	+ 376	+ 262	138	+ 314	− 9
19	+ 90	− 79	59	− 340	− 400	99	− 321	− 733	139	+ 105	− 109
20	+ 467	+ 538	60	− 173	− 433	100	− 419	− 887	140	− 298	− 318
21	− 410	− 343	61	+ 165	− 258	101	+ 108	− 119	141	− 477	− 533
22	− 477	− 269	62	− 367	− 647	102	− 382	− 405	142	− 46	− 308
23	+ 437	+ 191	63	− 389	− 377	103	+ 316	+ 224	143	− 387	− 672
24	+ 474	+ 388	64	− 75	− 1	104	− 73	− 311	144	− 431	− 431
25	+ 208	+ 255	65	+ 76	− 73	105	+ 358	+ 214	145	− 140	+ 145
26	+ 467	+ 353	66	− 177	− 500	106	+ 341	+ 467	146	− 121	+ 141
27	− 72	− 484	67	+ 177	− 37	107	+ 426	+ 641	147	− 167	− 111
28	− 225	− 693	68	− 342	− 362	108	− 288	− 288	148	− 252	− 232
29	− 291	− 518	69	+ 90	+ 34	109	+ 96	− 119	149	− 409	− 195
30	+ 57	+ 34	70	− 8	− 270	110	− 381	− 507	150	+ 80	+ 403
31	− 488	− 580	71	− 476	− 761	111	+ 438	+ 582	151	+ 343	+ 492
32	+ 386	+ 148	72	− 85	− 85	112	+ 106	+ 344	152	− 231	− 305
33	− 283	− 427	73	+ 356	+ 641	113	+ 398	+ 490	153	− 96	− 108
34	+ 485	+ 611	74	+ 103	+ 365	114	− 305	− 282	154	+ 38	+ 318
35	+ 76	+ 291	75	+ 467	+ 523	115	− 119	+ 108	155	− 10	+ 413
36	− 224	− 224	76	− 364	− 344	116	+ 344	+ 812	156	+ 54	+ 314
37	+ 197	− 18	77	− 351	− 137	117	+ 229	+ 641	157	+ 448	+ 508
38	− 316	− 442	78	+ 32	+ 355	118	− 88	+ 26	158	− 360	− 254
39	− 406	− 262	79	+ 299	+ 448	119	+ 183	+ 136	159	+ 65	+ 332
40	+ 481	− 243	80	− 249	− 323	120	− 286	− 200	160	+ 289	+ 496

9 — Exemplo de aplicação

A fim de exemplificar a matéria exposta foi elaborado um exemplo que consistiu essencialmente no seguinte:

Sobrepor a uma sucessão casual $s_o(t_n)$ representativa de ruído, com uma distribuição de amplitude linear, as séries cronológicas de três sinais sinusoidais $s_1(t)$, $s_2(t)$ e $s_3(t)$.

Determinaram-se em seguida $W(f_p)$ e Ψ_p (fig. 7).

* * *

9.1 — No quadro (1) indicam-se os valores de

$s_o(t_n)$ — Ruído

$s(t_n) = S_n = s_o(t_n) + s_1(t_n) + s_2(t_n) + s_3(t_n)$.

QUADRO N.º 2

Valores do espectro de potência W (f)

p	W (f_p)		p	W (f_p)		p	W (f_p)		p	W (f_p)	
0,5	111		15,5	84		30,5	184		45,5	639	
1		1662	16		306	31		360	46		185
1,5	958		16,5	624		31,5	1597		46,5	113	
2		59	17		325	32		1453	47		138
2,5	143		17,5	101		32,5	483		47,5	270	
3		5161	18		192	33		279	48		16
3,5	10363		18,5	784		33 5	381		48,5	643	
4		4043	19		447	34		1907	49		651
4,5	77		19,5	1575		34,5	1562		49,5	143	
5		471	20		894	35		793	50		1434
5,5	917		20,5	2012		35,5	242		50,5	1854	
6		2281	21		1412	36		376	51		1045
6,5	2175		21,5	256		36,5	41		51,5	427	
7		933	22		2066	37		830	52		123
7,5	264		22,5	410		37,5	1579		52,5	150	
8		8	23		374	38		223	53		418
8,5	202		23,5	195		38,5	767		53,5	28	
9		814	24		828	39		791	54		773
9,5	1148		24,5	7752		39,5	129		54,5	1463	
10		1004	25		12932	40		98	55		314
10,5	162		25,5	4835		40,5	42		55,5	120	
11		1034	26		1717	41		661	56		650
11,5	6217		26,5	2425		41,5	1834		56,5	1287	
12		8226	27		108	42		1075	57		596
12,5	3576		27,5	266		42,5	206		57,5	120	
13		1962	28		62	43		1411	58		515
13,5	2208		28,5	1036		43,5	3126		58,5	110	
14		520	29		444	44		2072	59		2238
14,5	1302		29,5	24		44,5	301		59,5	2221	
15		1166	30		107	45		512	60		617

9.2 — As frequências dos sinais sinusoidais são respectivamente

$$f_1 = \frac{1}{18} F \qquad f_2 = \frac{7}{36} F \qquad f_3 = \frac{5}{12} F$$

9.3 — As amplitudes em unidades arbitrárias [U]

$$E_1 = 200 \text{ [U]} \qquad E_2 = 100 \text{ [U]} \qquad E_3 = 200 \text{ [U]}$$

* * *

9.4 — O desvio máximo provável de $s_0(t)$ é 500 [U]

9.5 — Arbitrou-se $F = 120$ Hz

9.6 — Arbitrou-se $M = 120$

Este valor é pequeno, e apenas justificável por se tratar dum exemplo.

9.7 — De acordo com o que se disse há necessidade de determinar $W(f_p)$ para 60 pontos

$$p = 1 \ldots, \frac{M}{2} \qquad \frac{M}{2} = 60$$

9.8 — No quadro (2) indicam-se os 60 valores calculados de $W(f_p)$.

Calculou-se $W(f_p)$ para

$$p = 1 \ldots 60 \qquad \text{(60 pontos)}$$

e também para

$$p = 0{,}5 \ldots 59{,}5 \qquad \text{(60 pontos)}$$

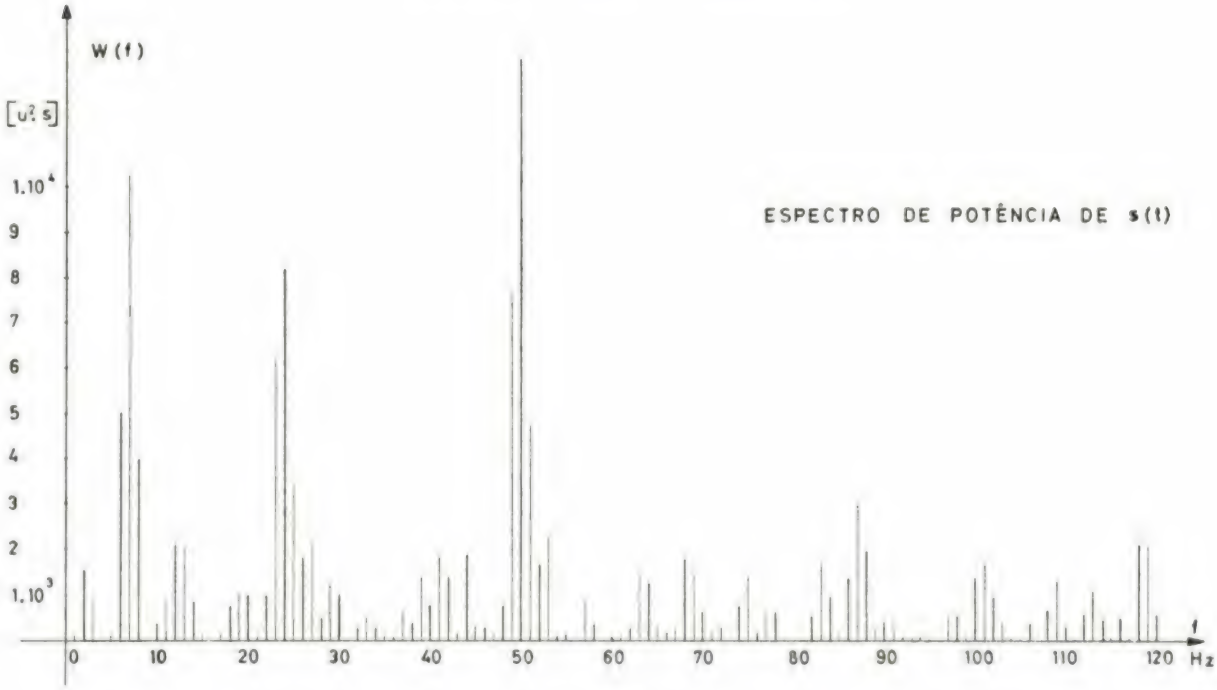


Fig. 8

Como se pode ver do gráfico fig. 8 em que se representa $W(f_p)$ verifica-se que o cálculo para

$$p = 1 \ldots 60 \qquad \text{(Traços mais grossos)}$$

é suficiente para evidenciar bem os sinais sinusoidais no ruído.

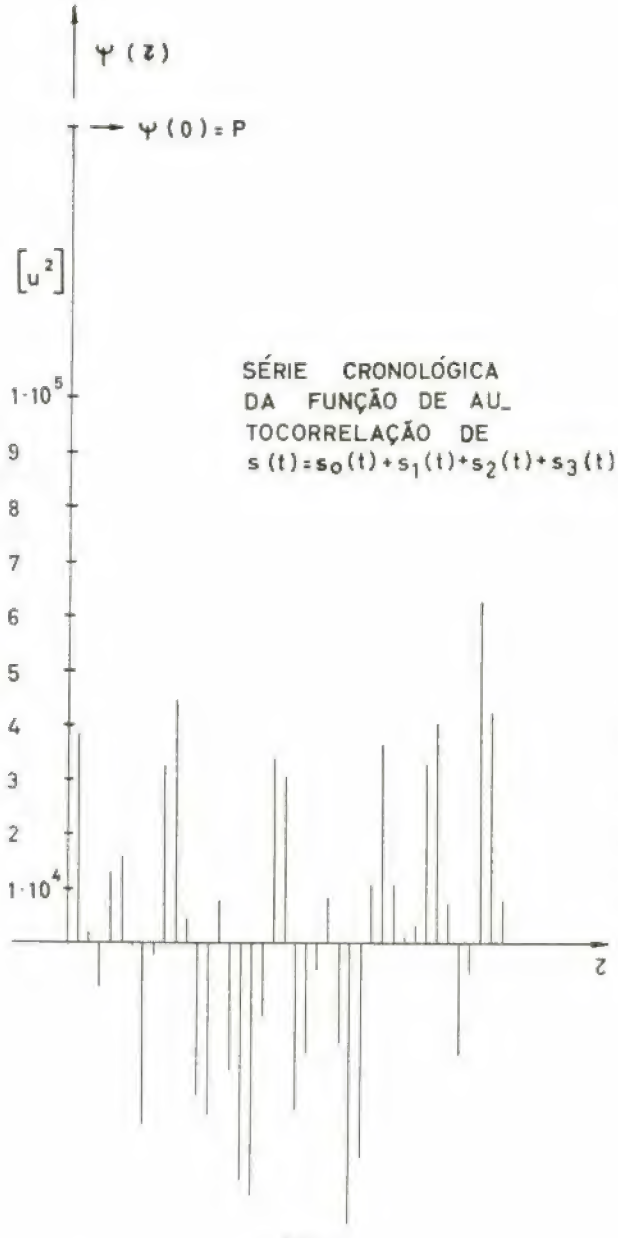


Fig. 9

O cálculo para

$$p = 0{,}5 - 59{,}5$$

verifica-se que também seria suficiente.

9.9 — Finalmente calculou-se a série cronológica da função de autocorrelação Ψ_p para

$$p = 0 \ldots . \ 40$$

9.10 — Como o número de pontos é pequeno ($M = 120$) a função de autocorrelação não evidencia bem a existência de fenómenos periódicos (fig. 9).

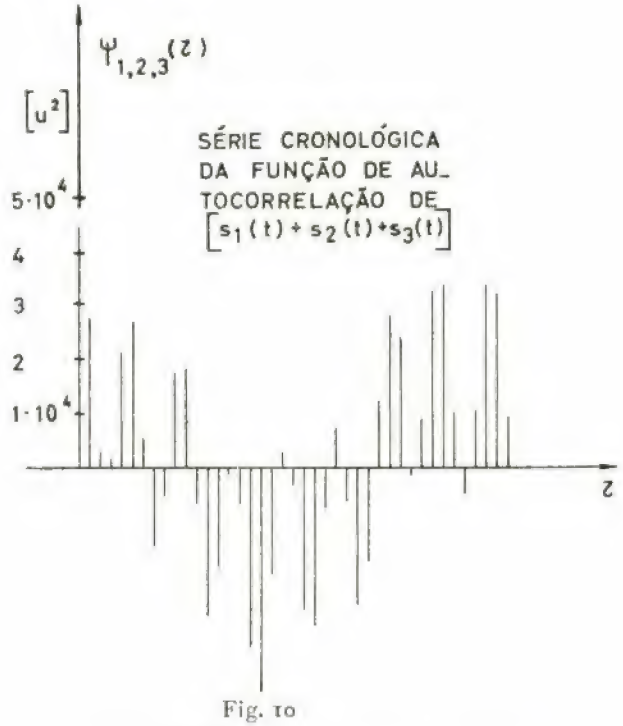


Fig. 10

QUADRO N.º 3

Série cronológica da função de autocorrelação de s (t)

p	Ψ_p	p	Ψ_p	p	Ψ_p	p	Ψ_p
0	+ 148579	11	+ 4226	22	— 20264	33	+ 33135
1	+ 38061	12	— 28392	23	— 4906	34	+ 40825
2	+ 1709	13	— 32045	24	+ 8267	35	+ 7322
3	— 8566	14	+ 8001	25	— 18788	36	— 20896
4	+ 12940	15	— 23785	26	— 52446	37	— 5722
5	+ 15543	16	— 43713	27	— 39272	38	+ 63288
6	— 939	17	— 46642	28	+ 10878	39	+ 42447
7	— 33926	18	— 13481	29	+ 36496	40	+ 8193
8	— 2615	19	+ 34121	30	+ 10736		
9	+ 32242	20	+ 15718	31	+ 1297		
10	+ 44248	21	— 30911	32	+ 3036		

No entanto, nota-se, como se pode concluir da comparação com a função de autocorrelação da parte periódica, a existência nítida das periodicidades de frequências f_1 e f_3.

A periodicidade correspondente a f_2 não é tão evidente porque a amplitude correspondente

$$P_2 = {}^1/_4\, P_1 = {}^1/_4\, P_3$$

* * *

Como conclusão final poderemos dizer que para determinações exactas $M = 120$ pontos é um número muito pequeno. No entanto, este valor, é já suficiente para evidenciar periodicidades bem acentuadas o que se consegue sobretudo a partir do espectro de potência.

A função de autocorrelação não se define bem para $M = 120$.

O espectro de potência tirando as localizações correspondentes às frequências f_1, f_2 e f_3, também não permite obter com suficiente rigor o valor médio $\overline{W}$ (f). Nota-se, no entanto, que, devido à existência de s_0 (t) o espectro $\overline{W}$ (f) se distribuiu quase uniformemente na banda [0, F], sobrepondo-se a esta distribuição as localizações correspondentes aos sinais periódicos s_1 (t), s_2 (t) e s_3 (t).

BIBLIOGRAFIA UTILIZADA:

1 — Extrapolation, Interpolation, and Smooting of Stationary Time Séries — Norbert Wiener — Wiley — 1949.

2 — Information Theory — Goldman — Prentice Hall — 1953.

3 — Methods of Solving Noise Problems — Bennett — P. I. R. E. — Maio — 1956.

4 — Estudo das «Séries no Tempo» e sua Aplicação à Determinação da Resposta de Sistemas Lineares de Transmissões — Abreu Faro — *Técnica* — Outubro, Novembro de 1957 e Janeiro de 1958.

5 — Comunicação por Impulsos — Abreu Faro — *Técnica* — Maio, Junho, Julho e Outubro de 1956.

Transcrição em revistas estrangeiras de artigos publicados pela "Técnica"

Por ser certamente grato aos leitores desta revista tomar conhecimento da repercussão na imprensa técnica estrangeira dos artigos publicados na *Técnica*, gostosamente aqui deixamos consignado que do artigo do nosso número de Junho de 1958, intitulado «Obras submersas para a concentração e dispersão da energia das ondas do mar», dos Srs. Eng.° Fernando Vasco Costa e Eng.° José Fiuza Perestrelo, foram publicadas versões abreviadas na revista inglesa «Dock and Harbour Authority» (Fevereiro de 1959) e na revista espanhola «Revista de Obras Publicas» (Setembro de 1959), e uma versão ampliada na revista brasileira «Portos e Navios» (Janeiro-Fevereiro de 1959).

Do artigo do nosso número de Janeiro de 1959, intitulado «As calemas do mar de Angola», da autoria do Sr. Eng.° Fernando Vasco Costa, foi também publicada, na revista «Portos e Navios», no número de Julho-Agosto, uma versão especialmente adaptada para o Brasil.

As duas transcrições na revista «Portos e Navios» devem-se à iniciativa do Sr. Prof. Maurício Joppert da Silva, catedrático de portos na Escola Nacional de Engenharia, do Rio de Janeiro.

C. D. U. 621.311.5/91

Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

— Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.)

NOTA: *As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 92,7 % dos totais do País.*

JUNHO

I — Breve nota mensal

Sob o ponto de vista hidrológico, o mês de Junho apresentou-se, no conjunto, abaixo da média.

II — Elementos gerais (GWh)

a) Mensais

	1958	1959	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	188,1	216,6	+ 15
Produção térmica (P_t)	0,0	2,7	—
Produção total (P_T)	188,1	219,3	+ 17
Cons. não perman. (C_{np}) (1)	49,5	58,7	+ 19
Cons. permanentes (C_p) . . (1)	128,2	147,2	+14,8 (2)
Consumo total (C_T) . . . . (1)	177,7	205,9	+ 16

b) Acumulados desde 1 de Janeiro de 1959

	1958	1959	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	1118,3	1353,8	+ 21
Produção térmica (P_t)	39,2	7,8	— 80
Produção total (P_T)	1157,5	1361,6	+ 18
Cons. não perman. (C_{np}) (1)	259,6	358,5	+ 38
Cons. permanentes (C_p). . . (1)	845,0	954,3	+12,9 (2)
Consumo total (C_T) . . . . . (1)	1104,6	1312,8	+ 19

Notas:

(1) Vidé nota referente a Jan. 1959.

(2) O aumento percentual dos consumos permanentes, tendo em conta a incidência dos domingos e dias especiais, foi respectivamente de 11,7 e 13,0 %.

III — Diagrama de carga dos dias característicos

	4.ª feira:	
	18-6-958	17-6-959
Produção hidráulica (P_h) — MWh	7024	7815
Produção térmica (P_t) — MWh . .	0	0
Produção total (P_T) — MWh . . .	7024	7815
Produção para consumos não permanentes — MWh.	—	1866
Utilização da ponta (U) — horas	17,2	17,1
Factor de carga (α)	0,72	0,71
Relação $\frac{\text{Pot. min.}}{\text{Pot. máx.}}$ (r)	0,43	0,46

III — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês	
	GWh	% (1)
Paradela	196,4	88,3
Venda Nova	127,5	99,6
Salamonde	22,7	82,2
Caniçada	21,9	75,2
Guilhofrei	7,2	86,7
Lagoa Comprida	25,0 (2)	79,9
Santa Luzia	45,5	73,9
Cabril	336,1	99,1
Castelo do Bode	157,6	96,7
Pracana	11,1	86,0
Póvoa	10,1 (3)	80,8
Total . . .	964,1	92,4

Notas:

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 1,5 GWh armazenados em Vale do Rossim.

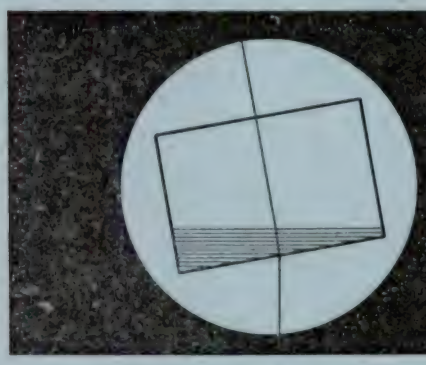
(3) Inclui 1,6 GWh armazenados no açude do Poio.

O NOVO TEODOLITO

Wild T 1-A

com calagem
zenital automática

O teodolito com os aperfeiçoamentos mais modernos, permitindo medições mais fáceis, rápidas e mais exactas



Automatismo duma concepção surpreendentemente simples: Prisma com líquido sem partes mecânicas, sem desgaste, sem desarranjos sem reparações.

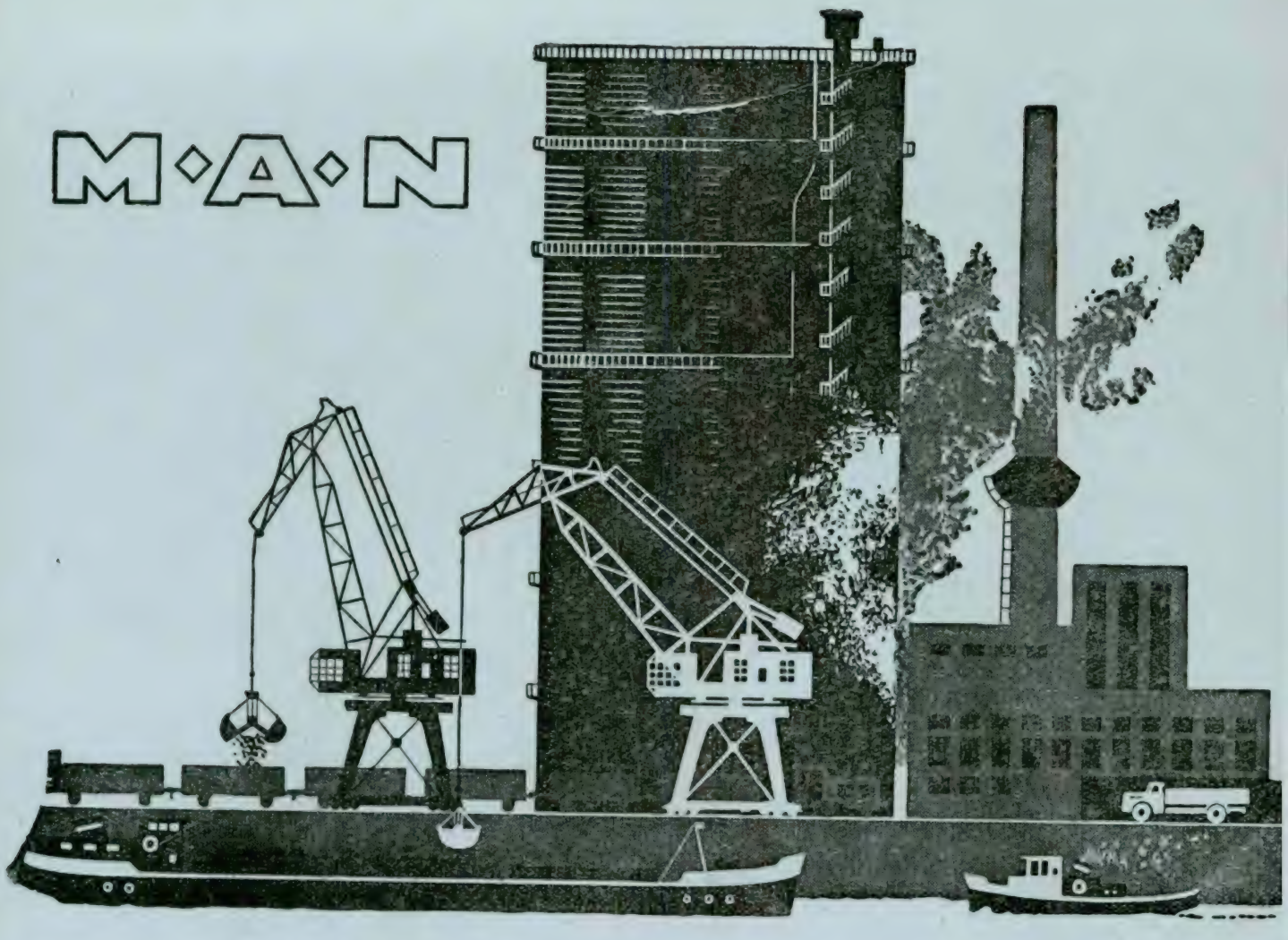
Detalhes no prospecto Th 154

WILD
HEERBRUGG

Solicitem catálogo ou demonstração ao representante exclusivo:

WILD PORTUGAL, L.DA

LISBOA — PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8, S/L 6 — Tel. 68 1127



MASCHINENFABRIK AUGSBURG-NURNBERG A·G · WERK NURNBERG

INSTALAÇÃO DE FORÇA MOTRIZ A VAPOR · INSTALAÇÕES DE FORÇA MOTRIZ A GÁS · GUINDASTES E TRANSPORTADORES · MATERIAL CIRCULANTE FERROVIÁRIO · MÁQUINAS PARA ENSAIOS DE MATERIAIS · INSTALAÇÕES DE CONDICIONAMENTO DE AR · PONTES DE AÇO · INSTALAÇÕES HIDRÁULICAS DE AÇO · CONSTRUÇÕES METÁLICAS · BOMBAS · GASÓMETROS · CALDEIRAS A VAPOR CANALIZAÇÕES DE AÇO · MOTORES DIESEL TERRESTRES E MARÍTIMOS

REPRESENTAÇÃO GERAL PARA PORTUGAL E ULTRAMAR

INDUMA

MÁQUINAS INDUSTRIAIS LIMITADA
AVENIDA ANTÓNIO AUGUSTO DE AGUIAR, 88-3.º · LISBOA

C. D. U. 622.75.001

A PREVISÃO DOS RESULTADOS NA HIDROCLASSIFICAÇÃO

PELO ENG.º DE MINAS (I. S. T.) JOSÉ QUINTINO ROGADO

Bolseiro do I. A. C.
na C. E. E. N.

«Quid in pulverem sectum est
confusus est».

1 — INTRODUÇÃO

Como se sabe, na Preparação ou Concentração Física dos Minérios, aproveita-se a dissemelhança de comportamento, perante certas condições físicas artificialmente criadas, das diferentes espécies minerológicas para as separar. Dominar os seus processos resume-se pois em correlacionar aquele comportamento com os agentes físicos empregados.

Ora, embora a maioria dos fenómenos que ocorrem nos processos da Concentração Física dos Minérios sejam, desde há muito, razoàvelmente conhecidos, quando limitados a partículas isoladas evoluindo em fluido infinito homogéneo e isótropo, o mesmo não acontece se se trata de conjunto heterogéneo de muitas partículas confinado a volume limitado, porque então os termos devidos à interacção mútua das partículas, aos efeitos de parede, às heterogeneidades e anisotropias do fluido são determinantes no comportamento daquelas.

A limitada eficácia, mesmo teórica, dos conceitos extraídos da Mecânica e Física elementares compreende-se perfeitamente se notarmos que não nos tornam aptos a estudar configurações de conjuntos constituídos por número elevado de partículas, como são os que evoluem na aparelhagem usada na Concentração Física.

Esta impotência teórica está bem patente na frequência com que há que recorrer a ensaios, não para definir parâmetros característicos ou realizar testes de qualidade, mas para efectuar, nos laboratórios ou em escala semi-industrial, a própria separação *em condições tão próximas quanto possível* das que ocorrem na aparelhagem industrial.

E é evidente que, desconhecidas as leis quantitativas dos fenómenos postos em jogo, qualquer tentativa para racionalmente estabelecer as relações gerais de semelhança entre as escalas laboratorial e industrial estará destinada a completo malogro. Quer dizer, ou se transita do laboratório para o ensaio semi-industrial ou se monta a instalação projectada contando com inúmeras incógnitas na esperança, por vezes ilusória, de as vir a determinar durante o *período de afinação.*

É certo que para melhorar esta situação há, por vezes, recursos vários, como sejam a experiência adquirida em casos análogos ou o conhecimento de certos preceitos empíricos de efeito mais ou menos seguro.

Todavia, enquanto os estudos teóricos, socorrendo-se de instrumentos analíticos mais eficazes e também mais complexos, não nos derem as leis gerais do comportamento daqueles conjuntos de partículas, acentua-se, principalmente na Europa, a tendência de procurar tornar reprodutível à escala industrial os resultados laboratoriais.

Para tanto lança-se mão do conceito *«à posteriori»* de *curva de repartição* sem que tenha havido, é oportuno frizar, a preocupação de elaborar esquema teórico explicativo dos processos de concentração comummente empregados.

Para ilustração de tal atitude mostraremos a seguir como se utiliza a curva repartição, na previsão dos resultados da hidroclassificação, embora, utilizando uma analogia sugerida recentemente, elaboraremos análise teórica explicativa, que reputamos original e que confere ao conceito de *Imperfeição,* extraído daquela curva, curioso significado físico.

2 — CURVA DE REPARTIÇÃO

O primeiro passo para a estruturação da teoria da previsão dos resultados foi dado em 1937, com o traçado experimental da curva de repartição, devido ao Alemão Tromp [1].

Em 1938 e 1939 o Francês Terra [2 e 3] estabelecia interpretação analítica daquela curva socorrendo-se da curva integral de Gauss, prática que tem sido mantida até à data.

Quer Tromp, quer Terra só se interessaram pela curva de repartição obtida nas separações com meios densos e com ela, de facto, alcançaram caracterizar e prever, de forma simples, a lavagem dos carvões. Posteriormente a mesma curva foi convenientemente generalizada com sucesso à crivagem e hidroclassificação.

Abordá-la-emos apenas aplicada a esta última operação, como já referimos.

A curva de repartição é experimental e pode construir-se para qualquer hidroclassificador trabalhando em quaisquer condições, utilizando um sistema de eixos ortogonais, onde o eixo das abcissas se encontra graduado em escala logarítmica e o das ordenadas em escala aritmética. As coordenadas de cada ponto da curva são, a abcissa, o diâmetro médio de qualquer dos intervalos de calibre em que arbitràriamente se parcelou a fase sólida da alimentação do hidroclassificador, a ordenada, a percentagem em peso que passou ao espessado, obtida experimentalmente e referida ao peso de cada um daqueles intervalos. Às ordenadas dos pontos da curva de repartição chamaremos *número de repartição* n_K.

Da definição dada resulta que a curva de repartição de hidroclassificação perfeita seria análoga à curva O A B C da fig. 1, onde s representaria o *diâmetro de separação*, posto que todas

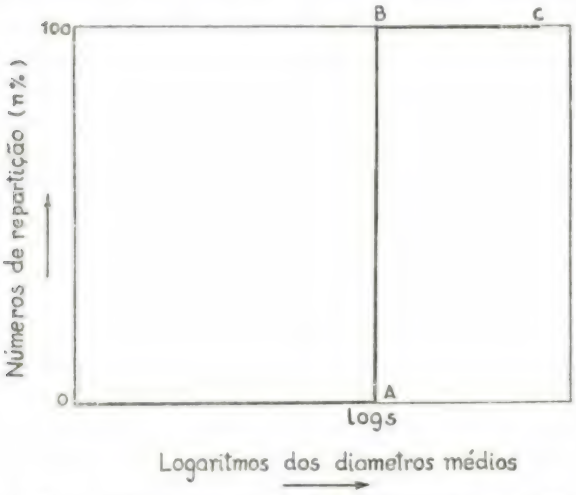


Fig. 1: Curva de repartição de hidroclassificação perfeita

as partículas de diâmetro (1) inferior àquele passariam ao transbordo e todas as de diâmetro superior ao espessado.

(1) Entenda-se rigorosamente *diâmetro equivalente*.

Num hidroclassificador perfeito onde a *lei da área* se verificasse s estaria relacionado com a velocidade de separação através qualquer lei de sedimentação mais ou menos desconhecida.

Como também é sabido, não existe realizada industrialmente a hidroclassificação perfeita principalmente porque:

(i) certas partículas de diâmetro inferior ao de separação passam ao espessado, visto saírem do volume de turbolência e entrarem no de sedimentação bastante abaixo da superfície livre do hidroclassificador;

(ii) o espessado se forma no seio de um suspensóide que irá encher o volume intersticial daquele;

(iii) a lei da área não é aplicável, em grande número de casos, quer por não serem as linhas de corrente rectilíneas e horizontais no volume de sedimentação, quer porque os fenómenos, sendo complexos, não se coadunam com as hipóteses simplificadoras da estruturação daquela lei (casos do hidrociclone, da hidroclassificação perturbada em coluna oscilante, etc.);

(iv) reduzido número de partículas de diâmetro superior ao de separação transitam, por arrastamento, para o transbordo;

(v) a agitação, principalmente devida ao mecanismo de evacuação do espessado, contraria a *estabilidade intrínseca* [4] dos estratos em sedimentação.

Assim, as curvas de repartição reais afastam-se da curva teórica da fig. 1 e têm o andamento da curva A B da fig. 2. A experiência mostra que

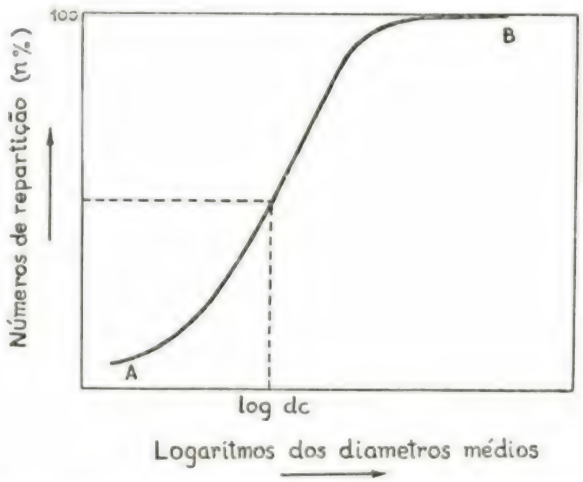


Fig. 2: Curva de repartição de hidroclassificação real

tais curvas podem ser bem interpoladas pela curva integral log-normal e que, portanto, bastam dois parâmetros para as caracterizar.

A curva da fig. 2 diz-nos, antes de mais nada, que não existe diâmetro de separação bem determinado. Cada intervalo de calibre divide-se sempre entre espessado e transbordo, crescendo com o diâmetro médio a probabilidade de passagem das partículas ao espessado.

Apesar disso, a curva de repartição caracteriza perfeitamente a hidroclassificação a que diz respeito e, como pode ser determinada apenas por dois parâmetros, estes servirão tão bem como aquela para definir a operação.

Tromp adoptou por parâmetros, por analogia com as funções de distribuição da Estatística, o *diâmetro de corte* d_c e o *desvio provável* Δ_p. O diâmetro de corte é o diâmetro médio do intervalo de calibre cujo número de repartição vale 50 %. É, portanto, o diâmetro médio cuja frequência de ocorrência no espessado é igual à frequência de ocorrência no transbordo, supondo todos os intervalos de calibre igualmente abundantes na alimentação.

O desvio provável é definido pela expressão

$$\Delta_p = \frac{d_{75} - d_{25}}{2} \qquad (1)$$

onde d_{75} e d_{25} são os diâmetros médios cujos números de repartição valem 75 % e 25 %, respectivamente.

Também da definição dada resulta que a curva de repartição não depende da granulometria da alimentação do hidroclassificador, excepto pelas coordenadas dos seus pontos extremos, visto traduzir a probabilidade de passagem ao espessado de cada intervalo de calibre, sem considerar a relativa abundância dos mesmos na alimentação, mas apenas atendendo ás condições de trabalho daquele. Todavia, mostrar-se-á à frente que a curva de repartição depende das diluições da alimentação e do espessado, facto que, aliás, a experiência confirma; além disso, tendo como um dos seus parâmetros característicos o diâmetro de corte, que se verifica ser função de regulação do aparelho de hidroclassificação, conclui-se que a curva de repartição, como a definimos, depende das condições de alimentação e de regulação e não é portanto um invariante do aparelho de hidroclassificação.

O interesse em encontrar um invariante com as condições normais de trabalho de dado aparelho de hidroclassificação reside em ele tornar possível

(i) comparar aparelhos diferentes,

(ii) comparar operações diferentes realizadas no mesmo aparelho,

conhecida apenas a análise granulométrica da alimentação. Ficar-se-á assim de posse do instrumento adequado para a previsão dos resultados de qualquer hidroclassificação.

3 — IMPERFEIÇÃO

A construção deste invariante a que se chama *Imperfeição* pode fazer-se por via empírica ou à custa de uma analogia da hidroclassificação recentemente sugerida por Roberts e Fitch [4]. A vantagem de utilizar a segunda construção está, existindo a primeira, em valorizar a referida analogia autorizando-a a ser empregada como esquema explicativo geral. Além disso, afora o interesse da originalidade que possui, permite o estabelecimento da lei geral da sedimentação sob forma experimentalmente verificável.

3.1 — *Analogia de Roberts e Fitch. Factor de sedimentação*

Em 1956 Roberts e Fitch [4] sugeriram que a hidroclassificação contínua industrial, poderia considerar-se análoga a operação discontínua realizada da seguinte forma:

(i) considere-se, no instante inicial, um tanque ou vaso cilíndrico cheio até à altura H acima do fundo de polpa homogénea, isto é, apresentando em cada ponto a mesma percentagem de sólidos e a mesma constituição granulométrica (1);

(ii) em época imediatamente posterior as partículas sólidas da polpa iniciam a sedimentação com velocidade variável, função principalmente do calibre, da forma e do peso específico (que se considera uniforme) daquelas, de modo que, ao fim de certo intervalo de tempo arbitrário Δt, existe um depósito no fundo do vaso;

(1) Considera-se homogénea a fase sólida da polpa.

(iii) se então a polpa sobrenadante for retirada instantâneamente, aquele depósito *contendo a polpa intersticial* é análogo ao espessado e a polpa retirada ao transbordo de um hidroclassificador industrial.

Neste esquema, durante o intervalo do tempo de sedimentração Δt, determinadas partículas, que, no instante inicial, se encontravam junto à superfície livre da polpa, atingem o espessado. Dentre elas, as de menor diâmetro definem, como se sabe, o diâmetro teórico de separação s a que nos já referimos. À sua velocidade terminal $V = H/\Delta t$ se chama *velocidade de separação*. As leis da sedimentação estabelecem a relação entre aquele diâmetro e esta velocidade.

Todas as partículas com velocidade terminal superior a V, seja qual for a sua posição inicial, passam, ao fim tempo Δt, ao espessado. Contudo, as partículas com velocidade terminal $v < V$ encontrar-se-ão ou não no espessado conforme tiver sido a sua posição inicial. Assim, considerando partículas de determinada velocidade terminal $v_k < V$, pode admitir-se o volume da polpa homogénea inicial dividido em dois volumes sobrepostos e separados pelo plano horizontal de cota h_k acima do fundo do vaso, tal que

$$\frac{h_k}{v_k} = \frac{H}{V} = \Delta t \qquad (2)$$

As partículas com velocidade terminal v_k que inicialmente se encontravam no volume superior transitam ao transbordo, as que se encontravam no volume inferior passam ao espessado.

Ora o peso das partículas de velocidade v_k existentes, no instante inicial, no volume inferior é

$$q_k = C \,.\, h_k \,.\, A$$

onde C é uma constante e A a área da base do vaso (1), enquanto que o peso total das mesmas partículas na polpa é

$$Q = C \,.\, H \,.\, A$$

Pois bem, a relação

$$F_k = \frac{q_k}{Q} = \frac{C.\,h_k\,.\,A}{C.\,H.\,A} = \frac{h_k}{H}$$

(1) Supõe-se o vaso um cilindro recto.

é por força de (2) transformável em

$$F_k = \frac{q_k}{Q} = \frac{v_k}{V} \qquad (3)$$

O cociente F_k, definido por (3), fornece a proporção de partículas com velocidade terminal $v_k < V$ que passou ao espessado e chama-se, com Roberts e Fitch, *Factor de sedimentação*. Admitindo relação biunívoca entre a velocidade terminal e o calibre, o factor de sedimentação é o cociente entre o peso das partículas de determinado intervalo de calibre (1) que passou ao espessado e o peso total do mesmo intervalo existente na alimentação.

Para dada hidroclassificação, este factor de sedimentação depende pois do diâmetro médio d_k do intervalo de calibre que se considera e do diâmetro teórico de separação s, sendo tanto menor quanto mais finas forem as partículas. Se se admitir como lei geral da sedimentação a lei expressa pela função

$$v \propto d^n \qquad (4)$$

a expressão analítica geral do coeficiente de sedimentação será

$$F_k = \left(\frac{d_k}{s}\right)^n \qquad (5)$$

Uma vez conhecido n, pode pois culcular-se *à priori* os factores de sedimentação de cada intervalo de calibre em que arbitràriamente se dividiu a alimentação.

Há, contudo, ainda outra possibilidade de contaminação do espessado pelas partículas de velocidade inferior à de separação.

Com efeito, o espessado forma-se junto ao fundo do vaso no seio da polpa homogénea e, embora parte dela seja expulsa pelas partículas que sedimentam, existirá sempre um volume intersticial entre aquelas que ficará cheio de polpa e conterá, portanto, partículas de velocidade $v < V$. O peso destas partículas pode calcular-se considerando que representam uma fracção $\varepsilon < 1$ das que constituem o transbordo. Assim ε será a fracção da fase sólida do transbordo que, por encher o espaço intersticial

(1) Definido pelo seu diâmetro médio.

do espessado, ficou englobado neste (1). Roberts e Fitch [4] calculam ε à custa da expressão

$$\varepsilon = \frac{W}{\frac{100\,\gamma\,D}{D_V \cdot \gamma_0} - Q} \qquad (6)$$

onde

W é o peso da fase sólida do espessado *que se encontra neste por ter sedimentado*, expresso como percentagem da fase sólida da alimentação;

Q é o peso da fase sólida do transbordo *anteriormente à dedução da fracção retida no volume intersticial do espessado*, expresso como percentagem da fase sólida da alimentação;

γ é o peso específico da fase sólida;

γ_0 é o peso específico da fase líquida;

$D = \frac{100 - \%\text{ sólidos}}{\%\text{ sólidos}}$ é a diluição *em peso* da alimentação;

$D_V = \frac{\text{volume de líquido no espessado}}{\text{volume de sólido no espessado}}$ é a diluição *em volume* do espessado.

Expressão esta que mostra bem *depender* ε *das diluições da alimentação e do espessado.*

Resumindo, pode considerar-se o espessado constituído por três conjuntos de partículas, a saber:

(i) — Conjunto de partículas de diâmetro superior ao diâmetro teórico de separação s.

(ii) — Conjunto de partículas de diâmetro menor que s, mas cuja posição inicial era tal que puderam atingir o espessado. O factor de sedimentação permite calcular o seu peso.

(iii) — Conjunto de partículas de diâmetro menor que s e que se encontravam na polpa que ficou retida no volume intersticial do espessado. O coeficiente ε permite calcular o seu peso.

Há pois interesse em introduzir o conceito de *factor global de sedimentação* f_k que será a proporção de partículas de determinado intervalo de calibre que transitou ao espessado, relativamente ao peso inicial do mesmo intervalo. Isto é, será:

$$f_k = F_k + (1 - F_k)\,\varepsilon \qquad (7)$$

O conjunto de partículas referidas em (i) tem $F_k = 1$ e, portanto, $f_k = 1$ (1); para as restantes partículas f_k tem valores tanto menores quanto mais finas elas forem, visto (7) se poder escrever

$$f_k = (1 - \varepsilon)\,F_k + \varepsilon\,, \qquad (7')$$

que mostra ser f_k crescente com F_k.

Convém notar que f_k tende evidentemente para ε quando d_k se torna muito pequeno:

$$\lim_{d_k \to 0} f_k = \lim_{d_k \to 0} [F_k + (1 - F_k)\,\varepsilon] = \varepsilon \qquad (8)$$

Isto é, o factor global de sedimentação das partículas muito finas é igual a ε. Tais partículas só aparecem no espessado por pertencerem à polpa retida no volume intersticial daquele.

Por outras palavras, as partículas muito fixas distribuem-se entre o espessado e o transbordo em proporção igual a ε. Ora tais partículas estão nas mesmas condições que a fase líquida e, portanto, ε *fornece a proporção entre o líquido que passou ao espessado e aquele que saiu pelo transbordo.* Daí a expressão (6) devido a Roberts e Fitch e o poder dizer-se que a drenagem da água através o espessado é medida por ε. A ε chamaremos, por isso, *coeficiente de drenagem* ou simplesmente *drenagem.*

3.2 — *Curva de Repartição Reduzida ou de Belugou*

Das definições atrás apresentadas resulta que *os números de repartição de Tromp* η_k *e os factores globais de sedimentação* f_k *são, afora um factor, uma e a mesma coisa*

$$\frac{\eta_k}{100} = f_k \qquad (9)$$

e, portanto, por (5)

$$\lim_{\log d_k \to \infty} \frac{\eta_k}{100} = \frac{\varepsilon}{100} \qquad (10)$$

Quer dizer, a curva de repartição de Tromp tem por assíntota a recta de equação $\eta = 100\,\varepsilon$ e por isso depende da drenagem ε e indirectamente das diluições da alimentação e do espessado, como já referimos no número 2. Não é,

(1) Veremos à frente outro significado de ε.

(1) Na prática introduz-se habitualmente aqui uma correcção que toma em consideração o arrastamento fortuito para o transbordo, de modo que não é $f_k = 1$.

portanto, característica intrínseca do hidroclassificador.

Para libertar a curva de repartição desta imperfeição, Belugou introduziu a chamada *curva de repartição reduzida*, efectuando no sistema de referência da curva de Tromp simultâneamente a translação do eixo das abcissas que o faz coincidir com o assíntota acima referido e a dilatação $\frac{1}{1-\varepsilon}$ na escala do eixo das ordenadas, de modo que os números de repartição obtidos *(números de repartição reduzidos η_k)* ficam relacionados com os η_k de Tromp por

$$\eta'_k = \frac{1}{1-\varepsilon}\,(\eta_k - 100\,\varepsilon) \qquad (11)$$

o que é o mesmo que pôr

$$\eta'_k = 100\,F_k \qquad (11')$$

Isto é, *os números de repartição reduzidos de Belugou são os factores de sedimentação de Roberts e Fitch.*

É evidente que a curva ds repartição reduzida será também determinada apenas por dois parâmetros, o diâmetro de corte d'_c e o desvio provável $\Delta'p$ reduzidos, definidos do mesmo modo que no caso da curva de Tromp.

Ora por (5) e (11') será

$$\left(\frac{d'_{75}}{s}\right)^n = 0{,}75$$

$$\left(\frac{d'_{25}}{s}\right)^n = 0{,}25$$

$$\left(\frac{d'_{75}}{d'_{25}}\right)^n = \left(\frac{0{,}75}{0{,}25}\right)^n = 3^n$$

ou

$$d'_{75} = 3^{1/n}\,d'_{25}$$

e, portanto,

$$\Delta'_p = \frac{1}{2}\,(3^{1/n} - 1)\,d'_{25} \qquad (13)$$

Para dado regime de funcionamento expresso por n o desvio provável reduzido é função linear do diâmetro de corte.

Esta conclusão é fundamental e permite introduzir o invariante que se procura, isto é, a *Imperfeição I* que será definida pelo cociente

$$I = \frac{\Delta'_p}{d'_{50}} \qquad (13)$$

que por (12) se transforma em

$$I = \frac{1}{2}\,(3^{1/n} - 1) \qquad (13')$$

Assim definida, a Imperfeição dependerá do regime de hidroclassificação válido no aparelho que se pretende caracterizar e é, portanto um invariante com as condições de alimentação e de regulação do mesmo na medida em que estas não alterem aquele regime, o que acontece se nos cingirmos a condições normais de trabalho. Com efeito, *a experiência confirma ser possível atribuir a cada tipo de hidroclassificador, trabalhando em condições normais, um valor da Imperfeição ou, pelo menos, encontrar um apertado intervalo para os valores daquela.*

Por outro lado, a constante n na analogia de Roberts e Fitch é o expoente de d na expressão da velocidade terminal, traduzindo o regime em que se processa a hidroclassificação e, como existe relação biunívoca entre n e I, n servirá também para caracterizar as propriedades invariantes dos hidroclassificadores.

É nesta altura conveniente mostrar como, experimentalmente, se pode verificar a expressão (13') e portanto a lei geral, estabelecendo a validade de análise anteriormente exposta.

Vimos que por (5) e (11') é:

$$\frac{\eta'_k}{100} = \left(\frac{d_k}{s}\right)^n \qquad (14)$$

Tomando logaritmos em ambos os membros de (14), ter-se-á:

$$\log \frac{n'_k}{100} = n \log d_k - n \log s \qquad (14')$$

que no plano $\left[\log \frac{\eta'_k}{100}, \log d_k\right]$ representa uma recta.

Quer dizer, se tomarmos para eixos de referência da curva de repartição de Belugou dois eixos ortoginais, ambos graduados em escala logarítmica, aquela deve ser bem interpolada por uma recta de coeficiente angular igual a n, se forem válidas, no hidroclassificador em estudo, a lei (5) e a analogia de Roberts e Fitch.

Sempre que tal aconteça será preferível caracterizar o hidroclassificador por n e não por I, porquanto o primeiro invariante tem significado físico muito conhecido: traduz o regime em que se processa a hidroclassificação. Além disso, nestes casos, *ficar-se-á de posse da lei de sedimentação válida para o hidroclassificador em estudo*, o que é de incalculável valor na sua regulação e na previsão dos resultados que se podem alcançar.

Mostraremos no seguimento alguns valores experimentais de n e como se utilizam estas conclusões na previsão dos resultados da hidroclassificação, servindo-nos de alguns exemplos concretos.

(Continua)

C. D. U. 624.131.414.2

SOLOS EXPANSIVOS

POR MÁRIO JOSÉ SANTARENO DE SOUSA CUNHA PIGNATELLI

Engenheiro-Chefe, Interino, do Laboratório de Ensaios de Materiais e Mecânica do Solo da Direcção dos Serviços de Obras Públicas e Transportes de Moçambique

Os problemas complexos resultantes da destruição de edifícios provocada pela expansibilidade de alguns solos, tiveram de ser convenientemente estudados em território nacional, depois de acidentes observados em Moçambique.

Em Tete (zona norte de Moçambique) e em Boane (zona sul), alguns dos edifícios construídos, após uma época de chuvas ficaram danificados pela variação diferencial das cotas da base.

Uma simples análise das fotografias colhidas nesses locais define a gravidade do problema.

Ao mesmo tempo chegávamos à conclusão de que as manchas geológicas onde no nosso território se faziam sentir aqueles acidentes, pertenciam à mesma formação do «Karroo» em que, na África do Sul, o problema se levantou.

A fim de evitar maiores males, procurou-se, para as obras em curso, uma solução de momento. Organizou-se, por outro lado, um progresso de investigação a longo prazo, que está em curso. Neste programa consideram-se observações e experiências de campo durante, pelo menos, cinco anos. Procede-se, ao mesmo tempo, à análise de Laboratório. Houve que conceber alguns aparelhos especiais cuja fabricação está em curso e para este efeito muito contribuiu o espírito inventivo do Sr. H. Rohloff.

No «First Southern African Regional Conference on Soil Mechanics», realizado em Pretória em Outubro de 1955, o problema foi amplamente desenvolvido. Percorremos as zonas mais importantes da África do Sul onde estes problemas se impuseram ao estudo dos investigadores e se resolveram de modo a tornar possível, sem acidentes, o erguer, no prazo de quatro anos, de cidades com 100.000 habitantes e centros fabris de grande envergadura.

O facto é que, nestas circunstâncias, a investigação da fenomenologia dos solos expansivos e, também, a concepção de soluções para os problemas de fundações, na África do Sul progrediram extraordinàriamente. Dos seus estudos nos socorremos na primeira fase dos nossos trabalhos e da extensa mas dispersa bibliografia publicada sobre este problema agrupamos a grande parte das matérias que expomos. Não seguimos a evolução dos estudos, por nos parecer esta a melhor sequência para uma boa compreensão do problema.

Apresentaremos alguns resultados do que já realizámos, mas para as conclusões finais aguardamos os resultados dos estudos a longo prazo que actualmente se executam e desenvolvem.

1 — Breve história

O documento mais antigo sobre «argilas expansivas» parece datar de 1922.

Quando da discussão do trabalho «Foundations for Buildings in the Orange Free State Goldfields», apresentado pelo Prof. J. E. Jennings, fez-lhe referência, durante a discussão, o Prof. Karl Terzaghi. Trata-se de uma participação de F. E. Giesecke — Columns and Walls Lifted — feita em Enginneering News Record — Vol. 88, pág. 192-193 — onde este se refere às roturas em colunas e paredes de uma Igreja em Austin, no Texas, causadas pela possível expansão de argilas. Não se compreendiam, contudo, as características essenciais do fenómeno da expansibilidade.

Em 1934, F. E. Simpson, Engenheiro no Texas, definiu pela primeira vez a expansão como um fenómeno original observável em certos solos argilosos e considerou a expansão como uma consequência da protecção que as construções constituem à evaporação da água. Esta explicação, embora completamente fora da teoria moderna em evolução, pode associar-se, se abstrairmos mecanismos, à do equilíbrio da humanidade.

Em 1930, O. Meretto expoz alguns problemas idênticos que surgiram na Argentina e considerou soluções para os movimentos diferenciais das estruturas.

É evidente que os movimentos em construções, resultantes da expansão de certas argilas se deram sempre e não constituem problemas exclusivos da actualidade. Também, tal como ao Prof. Karl Terzaghi se deve a ordenação sistemática daquilo a que hoje chamamos a «mecânica dos solos», é ao Prof. J. E. Jennings que se deve o impulso da investigação sistemática do fenómeno dos «solos expansivos».

J. E. Jennings, quando Director do National Building Research Institute, partiu da análise do fendilhado múltiplo e oscilatório que se propagava nas edificações construídas em várias zonas da África do Sul e estabeleceu a ordenação de investigações que no momento se desenvolvem.

A União da África do Sul é um território de ocupação recente mas de extraordinária e rápida evolução, onde as cidades se edificam e se multiplicam em pouco tempo. O problema das argilas expansivas teve fatalmente de ser estudado com atenção muito especial, visto que se impôs a protecção das verbas astronómicas que se dispenderam para a criação dos aglomerados populacionais em zonas argilosas.

Não houve possibilidade de procurar outras manchas em que os solos se definissem diferentemente, visto que a ocupação tinha de ser feita nos locais em que se impunha o aproveitamento económico da região. Tratava-se de explorações de ouro, prata, platina, carvão, etc., etc., e, consequentemente, o interesse económico resolvia o problema pela investigação científica e pela técnica consequente.

É interessante verificar e expor que à investigação dos problemas devidos às argilas expansivas está ligada a protecção das entidades particulares que ofereceram todo o apoio ao estudo puramente científico, transpondo de certo modo o critério da utilidade imediata.

Foi em 1946 que Jennings iniciou as observações circunstanciadas, principalmente em Leenhof (A. S.) onde o desenvolvimento das fendas dos edifícios se não explicava fàcilmente por assentamentos vulgares.

Com a colaboração de B. A. Kantey, L. E. Collins, A. K. Steyn, G. W. Donaldson, A. A. B. Williams, M. C. M. A. Bruyn, A. B. A. Brink, entre outros, o problema das argilas expansivas foi analisado e interpretado de modo a poder hoje fazer-se uma ideia do seu mecanismo, ainda que o campo de investigação se apresente com possibilidades de um desenvolvimento extenso.

Toda a acção inicial, a metodização dos ensaios e as primeiras soluções se devem ao Prof. Jennings, que actualmente, dedicado à cátedra, deixa aos novos investigadores o prosseguimento da sua obra.

No momento, os trabalhos realizados por F. Soeiro (Engenheiro português) e P. Habib, ambos do Centre de Recherches et d'Études du Batiment et des Travaux Publics, constituem um bom auxiliar para o conhecimento dos fenómenos que tratamos.

2 — Humidade

Como em toda a mecânica dos solos, as variações da quantidade de água existente numa dada porção de solo modificam o comportamento deste para com as mais variadas acções a que se obriga. As vulgaríssimas denominações fundamentais «coesão e atrito interno» que se tem procurado estabelecer como específicas para um determinado solo, ou melhor, para um dado solo com uma determinável estrutura, só têm significado quando referidas a um certo conteúdo de água, mantendo-se este em equilíbrio estável relativo a um número elevado de variáveis físicas — pressões, temperaturas, campos eléctricos ou magnéticos, etc., etc. — que no estado actual não podemos definir com precisão.

Se é certo que os mesmos factores modificam o comportamento dos diferentes materiais, tem resultado que o efeito dessas variações é, no caso dos solos, sensível a medições e provocam estados que na prática se traduzem por acidentes que danificam, ou destróem mesmo, construções em que se investiram importâncias avultadas.

No caso que tratamos dos solos expansivos, foi verificado, logo de início, que o estabelecimento de uma área coberta numa zona árida provocava uma variação lenta mas contínua do grau de humidade dos solos (1) no interior e na proximidade da área em que se edificou. Verificou-se também que essa variação se relacionava com o «grau de saturação». (2)

---

(1) Relação entre o peso da água e o peso de solo seco, contidos num dado volume de solo, água e ar, expresso em percentagem. Falamos normalmente em «humidade» significando «grau de humidade».

(2) Relação entre o peso da água contida numa porção de solo e o peso da água que, na mesma porção, o solo poderá conter. O valor máximo é, portanto, a unidade.